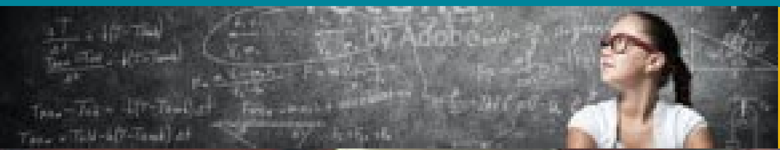
Rendimento elica isolata

Open Water Test



Research in Action - RIA

ria-grassi.blogspot.it

L'elica è di gran lunga il più diffuso organo di propulsione navale. Durante la sua rotazione l'elica spinge dietro di sé l'acqua ricevendo da essa una spinta che si trasferisce all'imbarcazione a cui l'elica stessa è solidale. L'efficienza di un'elica è ovviamente funzione del rapporto tra quanto lavoro compie e quanto se ne deve compiere per farla ruotare.

In questo laboratorio si analizza un test di un'elica reale, eseguito nei laboratori del CNR-INSEAN, alla ricerca delle migliori condizioni di funzionamento dell'elica stessa.

02 Rendimento elica isolata - 05.17
Revisione 1 del 28.05.17

RiA - Research in Action

La parola ria in inglese significa estuario, in particolare (dalla definizione che ne da l'Oxford Living Dictonaries):

> A long, narrow inlet formed by the partial submergence of a river valley ... the rias or estuaries contain very peculiar ecosystems which often contain important amounts of fish ... (a causa della loro natura, le rias o estuari contengono ecosistemi molto particolari che spesso contengono grandi quantità di pesce - www.eurotomic.com/spain/the-rias-altas-in-spain.php)

quindi questo prodotto che sarà realizzato grazie all'attività di alternanza scuola-lavoro di alcuni studenti del liceo scientifico G.B.Grassi di Latina - **www.liceograssilatina.org** - sarà un luogo virtuale da esplorare dove *pescare* molto materiale per la didattica laboratoriale.

Fare scienza

La scienza non è solo identificabile con la formula, il modello, la teoria. In altre parole la scienza non rappresenta solo un corpo di conoscenze organizzate e formalizzate. La scienza è anche e fondamentalmente ricerca. Una ricerca volta a conoscere e a capire sempre più e sempre meglio come è fatto e come funziona questo nostro complicatissimo mondo.

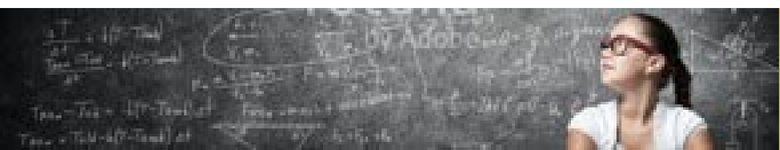
Fare scienza si identifica con l'interrogarsi, con l'indagare ed esplorare fatti e cose. Questo tipo di lavoro i bambini lo fanno spontaneamente sin dalla loro nascita ma si perde nel corso del percorso scolastico. L'intervento educativo deve tener conto di ciò e fornire stimoli, occasioni e strumenti per far acquisire agli studenti capacità sempre più ampie e affinate per poter compiere questo lavoro di indagine mantenendo viva (o risvegliando) la curiosità cognitiva, la voglia di sapere e di scoprire, la fiducia di poter capire.

Pensare in senso creativo, in campo scientifico, significa aggredire i problemi, attivare processi vivi dei pensiero, alimentare l'evoluzione dinamica dell'intelligenza duttile, dell'esercizio dell'intuizione e dell'immaginazione, della capacità di progettare e formulare ipotesi, di controllare e verificare quanto prodotto e ricercato.

Per questo è necessario bandire forme di apprendimento consumate entro schemi rigidi di elaborazione del pensiero e puntare al recupero della congettura, dell'ipotesi, di una coscienza scientifica aperta a interrogare ogni problematica.

La società odierna deve far fronte ad un rinnovamento scientifico e tecnico accelerato in cui lo sviluppo delle conoscenze scientifiche e la creazione di prodotti di alla tecnologia *(hi-tech)*, come anche la loro diffusione subiscono un'accelerazione sempre più rapida.

È necessaria, quindi, una diffusione della conoscenza in genere ed è indispensabile promuovere una nuova cultura scientifica e tecnica basata sulla sull'informazione e sulla conoscenza. E quanto più è solida la base di conoscenze scientifiche scolastiche, tanto più si può approfittare dell'informazione e della conoscenza scientifica e tecnica.



Sommario dei contenuti

Rendimento di elica libera - Open Water Test

Sommario dei contenuti

Materiale disponibile per questo laboratorio:

- il fascicolo (in formato PDF di circa 8.1MB): **drive.google.com/open?id=0Bxr30LTGqG7ecHk3czViMWp1UW8**;
- le funzioni e i risultati rappresentati usando GeoGebra (in formato GGB di circa 21kB): **drive.google.com/open?id=0Bxr30LTGqG7edDJvMUFmVzE0RDA**;
- l'intero laboratorio svolto usando xMaxima (in formato ... di circa xxkB): **drive.google.com/open?id=0B4JnwLzg2znnc1RTM2JDYkFYQkk**.

Rendimento di elica isolata

Open Water Test

1. Prova di elica isolata

Questo laboratorio è stato sviluppato con la collaborazione di Alessandro Moriconi, Andrea Mancini e Marina Landolfi (CNR-INSEAN), il progetto è stato coordinato da Gualtiero Grassucci (Iss G.B. Grassi). Alcune delle immagini sono state realizzate da Andrea e Luca Mastrangelo (Iss G.B. Grassi di Latina)

L'elica è di gran lunga il più diffuso organo propulsivo navale. Il suo principio di funzionamento può essere così riassunto: durante la sua rotazione l'elica spinge dietro di sé l'acqua ricevendo da essa (per il terzo principio della dinamica) una spinta uguale e contraria, che si trasferisce all'imbarcazione a cui l'elica stessa è solidale.

Dal momento che un'elica lavora dietro ad un altro corpo immerso, il flusso che la investe varia al variare delle forme di carena (la parte dello scafo che resta immersa) che la precedono. Questo fa sì che i progettisti debbano per ogni nave ottimizzare la forma dell'elica. Ne consegue che non esiste l'elica *ottima* in assoluto. L'efficienza di un'elica è ovviamente funzione del rapporto tra quanto lavoro compie e quanto se ne deve compiere per farla ruotare. Definire le caratteristiche idrodinamiche di un'elica significa quindi misurare quanto essa *spinge* e *assorbe*, nelle varie condizioni di funzionamento (al variare cioè dei giri che essa compie e della velocità con cui avanza). Queste misure prima di essere eseguite dietro la carena, laddove come detto il funzionamento è influenzato dalla presenza del solido che è davanti, vengono ottenute in flusso indisturbato; tale lavoro deve essere svolto sia per conoscere le caratteristiche idrodinamiche proprie dell'elica sia perché questi dati sono necessari per analizzare i test eseguiti dietro carena. Un test di elica isolata viene ovviamente eseguito utilizzando un modello in scala. Questo test è chiamato prova di elica isolata.

Dal blog - riaexplorer.blogspot.it - è possibile scaricare l'esercizio svolto usando xMaxima: drive.google.com/open?id=0Bxr3OLTGqG7eQkFZbEstZGZkNOU
xMaxima si può scaricare qui: maxima.sourceforge.net/

5

Nella foto qui accanto è mostrato l'apparato per il test di elica isolata prima che venga montato sul carrello e immerso nella vasca per l'esperimento.

1.1. Prerequisiti

Per questo laboratorio è necessario conoscere:

» le dimensioni delle principali grandezze che si incontrano in meccanica e i rudimenti dell'analisi dimensionale

» i concetti base sull'algebra vettoriale (essenzialmente la somma vettoriale)
» come determinare l'espressione di una funzione che soddisfi determinate caratteristiche
» il concetto di derivata e di massimo e minimo relativo e le procedure per determinare un massimo o un minimo relativo

In alcuni passaggi, in modo particolare la ricerca di funzioni che approssimano i dati sperimentali e il calcolo del rendimento massimo, può risultare molto utile la conoscenza di un'applicazione per il calcolo simbolico *(CAS - Computer Algebra System)*.

1.2. Obiettivi

L'obiettivo è quello di calcolare il rendimento massimo dell'elica - e un intervallo per cui tale rendimento è superiore a una certa soglia - in funzione della velocità di avanzo dell'elica stessa a partire da alcuni dati sperimentali (effettivamente ottenuti in una prova di elica isolata) e di fornire a un ipotetico committente tutti i dati ricavati dall'analisi dell'esperimento.

Dal blog riaexplorer.blogspot.it è possibile scaricare il laboratorio svolto: drive.google.com/open?id=0Bxr3OLTGqG7edDJvMUFmVzEORDA usando GeoGebra. GeoGebra si può scaricare qui: www.geogebra.org/

Nella foto in basso una delle vasche a disposizione dei ricercatori del CNR-INSEAN per gli esperimenti di architettura navale, compreso il test di elica isolata.

1.3. Software CAS

I dati da manipolare per costruire un modello per il rendimento dell'elica come già detto provengono da un test reale e sono il risultato di vere misure. Per cui non sarà facile effettuare i calcoli necessari a determinare un polinomio interpolatore: *carta e penna* non basteranno!

Sarà necessario ricorrere a un'applicazione *CAS - Computer Algebra System*, capace di eseguire calcoli simbolici, derivate, e quant'altro sia necessario. Ovviamente è possibile usare una qualsiasi altra applicazione di tipo *CAS*, ma qui suggeriamo di usare *xMaxima* per la sua potenza e la sua relativa facilità d'uso una volta che ci si è impadroniti dei comandi principali. Di questo laboratorio è possibile scaricare anche il file creato con *xMaxima* (il file, oltre alle istruzioni per calcolare il polinomio, contiene commenti e spiegazioni sui comandi e sulla procedura) e il grafico realizzato con GeoGebra.

Dal blog - riaexplorer.blogspot.it - è possibile scaricare l'esercizio svolto usando xMaxima: drive.google.com/open?id=0Bxr3OLTGqG7eQkFZbEstZGZkNOU xMaxima si può scaricare qui: maxima.sourceforge.net/

Uno dei modelli costruito all'istituto INSEAN

2. Analisi dimensionale

L'analisi dimensionale è uno strumento utile per comprendere le situazioni fisiche che coinvolgono grandezze di diversa natura. È abitualmente usata da scienziati e tecnici per verificare la plausibilità di calcoli ed equazioni.

Quando si eseguono test con modelli in scala, è molto utile lavorare su grandezze adimensionali in modo da poter rendere i risultati indipendenti dalle dimensioni del modello utilizzato. Senza entrare nel dettaglio di come in generale è opportuno adimensionalizzare le grandezze ottenute in un esperimento su modelli, e quali sono i limiti di questo tipo di approccio.

2.1. Grandezze dimensionali

Ora esegui l'analisi dimensionale di queste grandezze completando la tabella che è riportata qui di seguito tenendo conto che per la definizione delle grandezze sono state usate le notazione consuete.

Grandezza fisica	Simbolo	Definizione		Dimensioni
velocità	v	$\dfrac{\Delta s}{\Delta t}$	rapporto tra spazio e tempo	
numero dei giri	n	$\dfrac{1}{t}$	rapporto tra il numero di giri e l'intervallo di tempo impiegato per compiere quei giri	
spinta	T	$m \cdot a$	prodotto tra massa e accelerazione	
coppia	Q	$f \cdot b$	prodotto tra forza e braccio della forza	
densità	ρ	$\dfrac{m}{V}$	rapporto tra massa e volume	
viscosità cinematica	ν	$\dfrac{\mu}{\rho}$	rapporto tra viscosità dinamica e densità	

Precisiamo tre cose. Innanzitutto la densità dell'acqua, cioè il rapporto tra la sua massa e la sua unità di volume, si assume costante all'interno del *range* delle temperature di prova (compreso all'incirca tra 11 °C e 22°C), ed il suo valore è:

$$\rho = 1001.21 \frac{N \cdot s^2}{m^4}$$

In secondo luogo è necessario dire che la viscosità cinematica, ovvero la resistenza di un fluido allo scorrimento, è fortemente influenzata dalla temperatura ed il suo valore è con ottima approssimazione fornito dal polinomio:

$$\nu(t) = 5.85 \cdot 10^{-10} (t-12)^2 - 3.361 \cdot 10^{-18} (t-12) + 1.235 \cdot 10^{-6}$$

Polinomio che, come è facile immaginare, è espresso in funzione della temperatura t misurata in gradi centigradi.

Infine occorre ricordare che la viscosità dinamica misura la resistenza che due strati sovrapposti (adiacenti) di un fluido oppongono allo scorrimento l'uno sull'altro. Più precisamente è definita come:

$$\mu = \frac{F}{S} \cdot \frac{1}{\frac{\Delta v}{\Delta y}} = \frac{F}{S} \cdot \frac{\Delta y}{\Delta v}$$

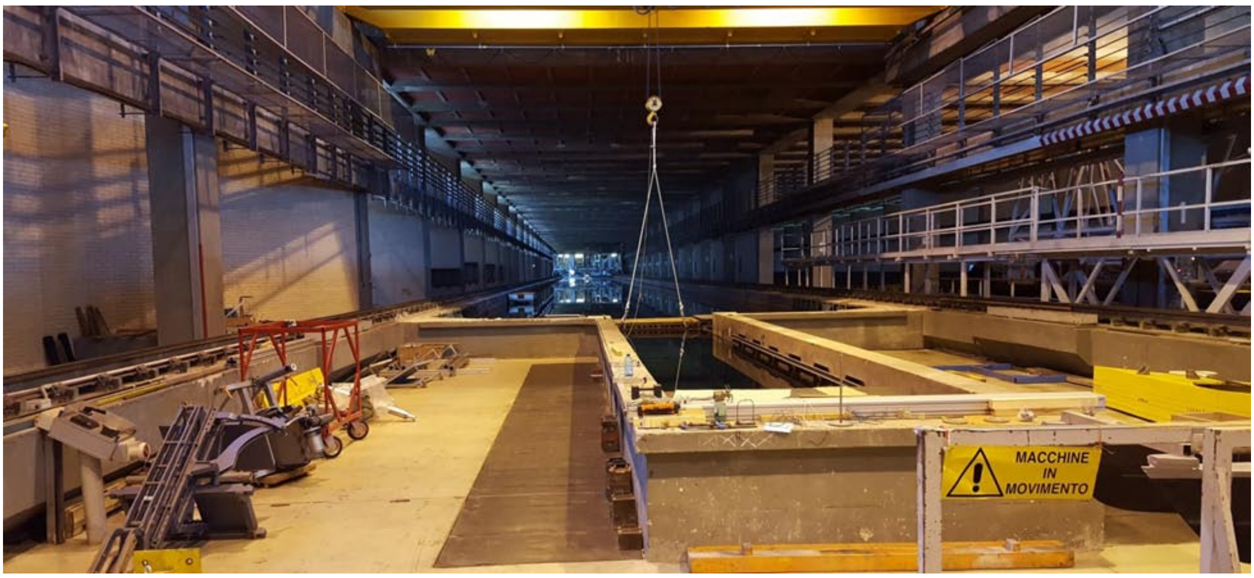
dove F è la forza di attrito tra i due strati adiacenti del fluido, S l'area della superficie di contatto dei due strati, y la distanza tra gli strati e v la velocità di scorrimento.

2.2. Grandezze adimensionali

Esegui l'analisi dimensionale delle grandezze definite di seguito e controlla che risultino effettivamente adimensionali completando la tabella.

Grandezza fisica	Simbolo	Definizione		Dimensioni
velocità di avanzo	J	$\frac{v}{n \cdot D}$	rapporto velocità e numero di giri per la lunghezza del diametro	
coefficiente di spinta	K_T	$\frac{T}{\rho n^2 D^4}$	rapporto tra spinta e il prodotto di densità, numero di giri al quadrato e diametro alla quarta	
coefficiente di coppia	K_Q	$\frac{Q}{\rho n^2 D^5}$	rapporto tra coppia e il prodotto di densità, numero di giri al quadrato e diametro alla quinta	
numero di Reynolds	R_e	$\frac{v \cdot L}{\nu}$	rapporto tra il prodotto di velocità e lunghezza della corda con la viscosità cinematica	
rendimento	η	$\frac{1}{2\pi} \cdot J \cdot \frac{K_T}{K_Q}$	prodotto di velocità di avanzo per il rapporto tra coefficiente di spinta e di coppia	

Tieni conto che in questa tabella abbiamo indicato con D il diametro dell'elica (si tratta quindi di una lunghezza).



Qui accanto una delle vasche (la più piccola) per studi su modelli, scafi ed eliche dell'istituto INSEAN

3. L'analisi dell'esperimento

Un test di elica isolata prevede la rilevazione di un insieme di punti sperimentali eseguiti a diverse velocità di avanzo J e l'analisi di queste misure richiede che vengano fornite al committente alcune informazioni e i risultati essenziali:

» una tabella che per ogni punto sperimentale indichi le condizioni di prova, i risultati ottenuti e l'analisi di essi;
» i grafici che rappresentano l'andamento dei coefficienti idrodinamici K_T e K_Q e del rendimento η in funzione della velocità di avanzo J (il rendimento, come visto, è analiticamente esprimibile mediante i due coefficienti di spinta e di coppia). Va precisato che per facilitare la lettura dei dati e dei grafici il coefficiente di coppia è moltiplicato per dieci in quanto è circa di un ordine di grandezza inferiore al coefficiente di spinta.

3.1. La tabella con i dati e la loro analisi

Nei laboratori dell'*Istituto Nazionale per gli Studi ed Esperienze di Architettura Navale* (CNR-INSEAN) è stato eseguito un test su un'elica libera di diametro $D = 0.2333m$ considerando una corda di lunghezza $C_{0,75R} = 0.0724m$ alla temperatura dell'acqua di 17°C e i risultati sperimentali sono riportati nella tabella che segue.

Velocità	Numero di giri	Spinta	Coppia	Velocità di avanzo	Coefficiente di spinta	Coefficiente di coppia	Rendimento	Numero di Reynolds
v	n	T	Q	J	K_T	$10xK_Q$	η	R_e
m/s	1/s	N	Nxm	-	-	-	-	-
0,000	13,481	270,305	8,584					
0,400	13,500	247,457	7,968					
0,627	13,491	231,320	7,583					
0,941	13,495	209,944	7,069					
1,254	13,491	187,391	6,510					
1,568	13,492	164,671	5,929					
1,881	13,481	141,539	5,318					
2,195	13,550	118,779	4,746					
2,351	13,550	104,849	4,353					
2,508	13,496	92,597	4,018					
2,821	13,474	67,414	3,263					
3,134	13,475	38,720	2,365					
3,448	13,481	5,013	1,291					
3,606	13,429	-18,570	0,516					

Compila la tabella, che successivamente sarà fornita al committente, calcolando i valori delle grandezze adimensionali per ciascuno dei punti sperimentali. Trascura per ora l'ultima colonna (che conterrà il numero di Reynolds).

Nel caso servano, le formule che definiscono le grandezze adimensionali sono nella pagina precedente.

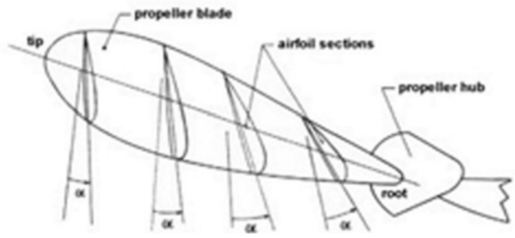
3.2. Il numero di Reynolds

Il numero di Reynolds di un oggetto che si muove in un fluido è responsabile del grado di turbolenza generata nel fluido proprio a causa di questo movimento. A sua volta il grado di turbolenza influenza l'attrito (e tutto ciò che ne consegue) che il fluido sviluppa a causa del suo scorrimento sull'oggetto in movimento. Sarebbe quindi ideale eseguire un esperimento di elica isolata allo stesso numero di Reynolds dell'elica originale, ma questo non è evidentemente possibile (visto che la viscosità cinematica tra il modello e l'elica in vera grandezza rimane praticamente la stessa, e quindi v del modello dovrebbe crescere tanto quanto è diminuita $C_{0,75R}$). L'unica soluzione è eseguire i test al maggior numero di Reynolds possibile (compatibilmente con i limiti meccanici della strumentazione) e corredare i risultati con il numero di Reynolds a cui sono stati ottenuti.

Nella definizione di numero di Reynolds:

$$R_e = \frac{v \cdot L}{\nu}$$

la grandezza L è una lunghezza caratteristica dell'oggetto che si muove nel fluido come ad esempio la corda di un'ala di un aereo.



Nel caso di un'elica navale il numero di Reynolds è calcolato prendendo come lunghezza di riferimento L la lunghezza della corda di una pala misurata al 75% del raggio dell'elica stessa, tale misura è indicata con $C_{0,75R}$. Nella figura qui accanto sono visibili alcune sezioni di una pala di un'elica, si nota subito che la misura della corda varia al variare della frazione di raggio in cui sezioniamo la pala stessa. Per calcolare il numero di Reynolds è indispensabile tenere presente che la velocità a cui la corda $C_{0,75R}$ si muove dipende sia dalla rotazione (e quindi dalla velocità di rotazione della pala, dalla sua velocità periferica) che dalla velocità di avanzamento longitudinale.

La velocità di rotazione, di un punto che si muove di moto cirolare uniforme è pari al prodotto della velocità angolare per il raggio della traiettoria o meglio:

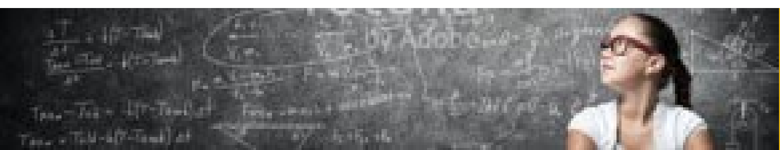
$$v_{rotazione} = 2\pi \cdot f \cdot r = 2\pi \cdot f \cdot 0.75\frac{D}{2} = \pi \cdot f \cdot 0.75D$$

dove f è la frequenza di rotazione (che ovviamente è data dal numero di giri al secondo) e r il raggio della circonferenza percorsa dal punto in moto (dalla porzione della pala, nel nostro caso).

Calcola, per ciascun punto sperimentale, la velocità di rotazione (periferica) completando la terza colonna della tabella qui accanto. Ricorda che la porzione di pala che ci interessa si trova a una distanza dall'asse pari al 75% del raggio.

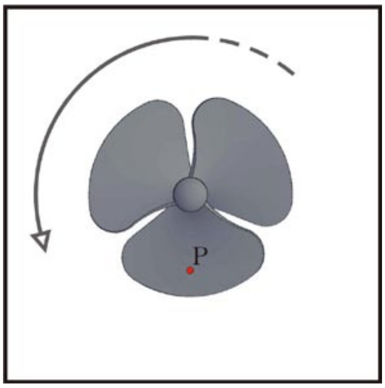
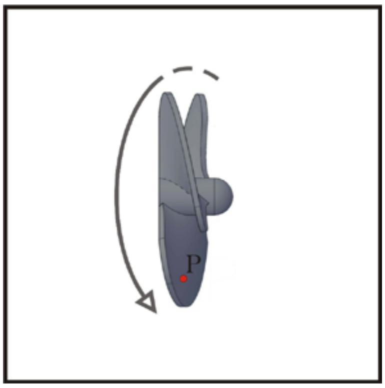
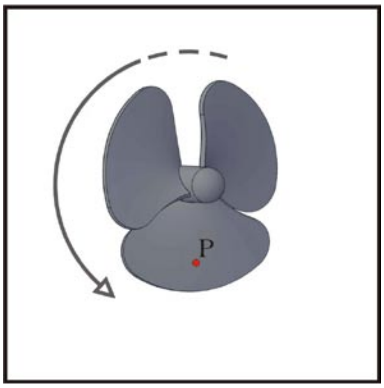
Come detto, il moto della pala può essere considerato la composizione di un moto circolare uniforme e un moto rettilineo uniforme. La velocità v della porzione di pala che ci interessa è quindi la composizione della velocità di rotazione $v_{rotazione}$ (periferica) e della velocità di avanzamento $v_{avanzamento}$.

Velocità di avanzamento $v_{avanzamento}$ m/s	Numero di giri n 1/s	Velocità di rotazione $v_{rotazione}$ m/s	Velocità v m/s
0,000	13,481		
0,400	13,500		
0,627	13,491		
0,941	13,495		
1,254	13,491		
1,568	13,492		
1,881	13,481		
2,195	13,550		
2,351	13,550		
2,508	13,496		
2,821	13,474		
3,134	13,475		
3,448	13,481		
3,606	13,429		



Ora ci occupiamo di calcolare l'intensità del vettore ottenuto componendo le due veocità.

Le tre figure riportate qui di seguito rappresentano la stessa elica da tre punti di vista differenti. Disegna il vettore velocità di avanzamento (longitudinale) e il vettore velocità periferica entrambi applicati al punto P (che si trova sulla corda posta a una distanza dal centro pari al 75% del raggio della pala). Che angolo formano i due vettori velocità periferica e velocità di avanzamento?

L'elica vista da ...		
... un punto perpendicolare all'asse di rotazione	... un punto sull'asse di rotazione	... un punto qualsiasi
		

L'angolo formato ci può aiutare nel calcolo della velocità effettiva (somma dei due vettori velocità di avanzamento e velocità di rotazione).

Calcola per ogni punto sperimentale il modulo della velocità (vera e propria) composizione delle due velocità completando la tabella che trovi nella pagina precedente.

A questo punto abbiamo tutti i dati per calcolare il numero di Reynolds per ogni punto sperimentale.

Completa la tabella di analisi che trovi a pagina 9, calcolando il numero di Reynolds. Inserisci i risultati nell'ultima colonna della tabella.

Con questo abbiamo terminato la prima parte del laboratorio. La tabella di analisi dell'esperimento da fornire al committante è pronta.

4. Il rendimento

Il rendimento dell'elica, come abbiamo visto nel paragrafo **2.2 Grandezze adimensionali a pagina 8**, dipende dal coefficiente di spinta e da quello di coppia. Quindi, per raggiungere il nostro obiettivo (il rendimento massimo) dobbiamo prima ricercare un'approssimazione per queste due funzioni.

4.1. Approssimazione del coefficiente di spinta

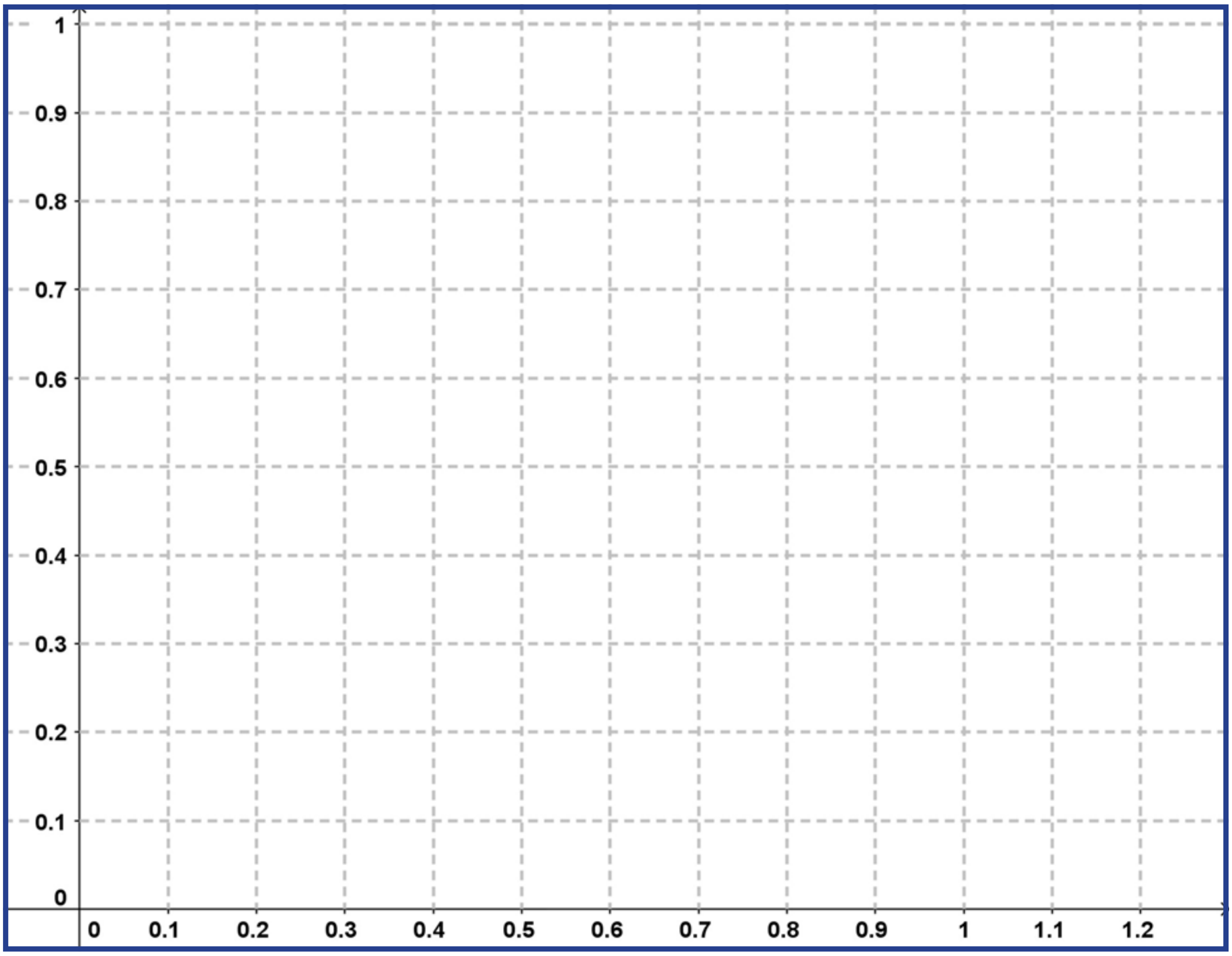
Lo scopo ora è quello di determinare una funzione che approssimi i valori del coefficiente di spinta K_T appena calcolati (si dovrebbero trovare nella sesta colonna della tabella che trovi a pagina 9, sempre che tu abbia usato la tabella per i calcoli e per riportare i risultati - **cfr. La tabella con i dati e la loro analisi**).

Scegli un sistema di riferimento precisando quale informazione sarà riportata sull'asse delle ascisse e quale sull'asse delle ordinate e individua una scala comoda per l'asse delle ascisse e per l'asse delle ordinate (come già osservato, non è necessario che i due assi abbiano la stessa scala), tieni conto del fatto che il coefficiente di spinta dipende dalla velocità di avanzo.

Il Toolbox:
drive.google.com/open?id=0Bxr3OLTGqG7edXIMOXZrNO15MEk
suggerisce alcuni metodi per l'approssimazione di dati sperimentali con un polinomio (cfr.4 Approssimazione mediante polinomi a pagina 13)

Riporta i dati su un piano cartesiano. Unisci punti successivi con un segmento in modo da ottenere una linea spezzata. Puoi usare il piano cartesiano che trovi in questa pagina.

La spezzata richiama alla mente il grafico di una funzione nota? È possibile approssimare la spezzata con una funzione polinomiale? Ricava l'equazione della funzione che secondo te approssima al meglio i dati. Traccia il grafico di questa funzione.



Può darsi che tu abbia bisogno del piano cartesiano riportato nella pagina precedente. Se scegli una funzione di tipo polinomiale, il grado del polinomio è cruciale in questo passaggio, l'uso di un'applicazione CAS (Computer Algebra System) come xMaxima può rendere i calcoli più agevoli e rapidi e consentire di scegliere un grado sufficientemente alto.

Dal blog - riaexplorer.blogspot.it - è possibile scaricare l'esercizio svolto usando xMaxima: drive.google.com/open?id=0Bxr3OLTGqG7eQkFZbEstZGZkNOU

xMaxima si può scaricare qui: maxima.sourceforge.net/

4.2. Approssimazione del coefficiente di coppia

Questa parte del laboratorio è molto simile alla precedente, se non hai abbastanza tempo e hai compreso bene le procedure usate per l'approssimazione puoi usare la funzione sugerita nelle soluzioni e passare immediatamente al passo successivo: **4.3 Il rendimento a pagina in questa stessa pagina**.

Se sei ancora qui, passiamo al coefficiente di coppia. Lo scopo è sempre quello di costruire una funzione approssimante per i valori del coefficiente di coppia K_Q calcolati in precedenza (anche questi dati si dovrebbero trovare nella sesta colonna della tabella che trovi a pagina 9, sempre che tu abbia usato la tabella per i calcoli e per riportare i risultati - **cfr. La tabella con i dati e la loro analisi**).

Scegli un sistema di riferimento precisando quale informazione sarà riportata sull'asse delle ascisse e quale sull'asse delle ordinate e individua una scala comoda per l'asse delle ascisse e per l'asse delle ordinate (come già osservato, non è necessario che i due assi abbiano la stessa scala), tieni conto del fatto che il coefficiente di coppia dipende dalla velocità di avanzo.

Per omogeneità conviene scegliere la stessa scala del coefficiente di spinta. Riporta i dati su un piano cartesiano. Unisci punti successivi con un segmento in modo da ottenere una linea spezzata. Può darsi che tu abbia bisogno del piano cartesiano che trovi nella pagina precedente (lo stesso che dovresti aver usato per il coefficiente di spinta).

La spezzata richiama alla mente il grafico di una funzione nota? Secondo te è possibile approssimare la spezzata con una funzione polinomiale? Ricava l'equazione della funzione che secondo te approssima al meglio i dati. Traccia il grafico di questa funzione.

Un suggerimento: è comodo approssimare i due coefficienti con funzioni dello stesso tipo o dello stesso grado (il rendimento, in seguito, dipenderà dal loro rapporto).

Attenzione: i dati relativi al coefficiente di coppia sono moltiplicati per 10, come spiegato in precedenza, per rappresentare i due coefficienti sullo stesso piano cartesiano e poterli paragonare l'uno all'altro. Quindi, con ogni probabilità, la funzione $K_Q = K_Q(J)$ che hai ottenuto è in realtà di un'ordine di grandezza superiore a quella reale. Può andare bene anche così ma dovrai tenerne conto successivamente al momento di calcolare il rendimento.

4.3. Il rendimento

Siamo quasi al termine di questo percorso. Il rendimento si può esprimere in funzione della velocità di avanzo e dei coefficienti di spinta e di coppia come:

$$\eta = \frac{1}{2\pi} \cdot J \cdot \frac{K_T}{K_Q}$$

Scrivi un'espressione per il rendimento dell'elica utilizzando le due funzioni $K_T = K_T(J)$ e $K_Q = K_Q(J)$ che hai ricavato in precedenza. Osserva che probabilmente dovrai correggere la formula che abbiamo riportato qui sopra per tener conto del diverso ordine di

grandezza di $K_Q = K_Q(J)$. Rappresenta la funzione ottenuta su un piano cartesiano (puoi ancora usare il piano cartesiano presentato a pagina 12.

Osserva l'andamento della funzione, considera che una delle richieste è quella di ottenere un valore della velocità di avanzo J per cui il rendimento è massimo. Dovrebbe essere chiaro che il massimo cercato esiste!

Calcola il valore di J per cui il rendimento è massimo e il valore di questo massimo. Osserva che si tratta di un problema di massimo e minimo in un intervallo chiuso e limitato.

In realtà raramente l'elica riuscirà a funzionare con un regime tale da garantire il massimo rendimento. È più ragionevole cercare un intervallo J_1, J_2 per il quale il rendimento è superiore a una soglia data. Il funzionamento dell'elica in un tale intervallo garantirà prestazioni adeguate per un più ampio insieme di situazioni.

Determina un intervallo per cui l'elica abbia il rendimento pari o superiore al 50% del massimo teorico.

La tabella con l'analisi dei dati e gli ultimi due risultati (rendimento massimo e intervallo di funzionamento ottimale) sono quasi tutte le informazioni dei nostri ipotetici committenti. Per completare il laboratorio manca un solo passo.

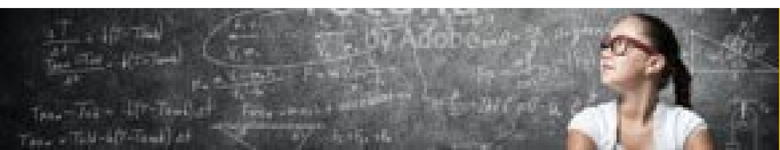
4.4. La stima dell'errore

Insieme all'analisi dei dati e ai risultati ottenuti è essenziale fornire una stima dell'errore compiuto nel calcolo. Sostanzialente si tratta di chiedersi di quanto la funzione che approssima il rendimento si discosta dal rendimento reale dell'elica o meglio, dalle misure del rendimento che abbiamo ottenuto sperimentalmente.

Calcola l'errore che si commette sostituendo la funzione che hai appena determinato ai dati reali (che hai calcolato in precedenza e che trovi nella tabella di pagina 12).

Tieni conto che un errore nell'ordine di 10^{-4} è un ottimo risultato, in realtà, se hai svolto l'esercizio solamente con carta, penna e calcolatrice puoi ritenerti soddisfatto anche con un errore dell'ordine di 10^{-2}.

Il Toolbox: drive.google.com/open?id=0Bxr3OLTGqG7edXlM0XZrN015MEk suggerisce alcuni metodi per il calcolo dell'errore commesso approssimando dati sperimentali (cfr.1 Calcolo dell'errore a pagina 5)



Soluzioni

Rendimento di elica libera

5. Analisi dimensionale

5.1. Grandezze dimensionali

Ora esegui l'analisi dimensionale di queste grandezze completando la tabella che è riportata qui di seguito tenendo conto che per la definizione delle grandezze sono state usate le notazione consuete.

Grandezza fisica	Simbolo		Definizione	Dimensioni
velocità	v	$\frac{\Delta s}{\Delta t}$	rapporto tra spazio e tempo	$[l \cdot t^{-1}]$
numero dei giri	n	$\frac{1}{t}$	rapporto tra il numero di giri e l'intervallo di tempo impiegato per compiere quei giri	$[t^{-1}]$
spinta	T	$m \cdot a$	prodotto tra massa e accelerazione	$[l \cdot m \cdot t^{-2}]$
coppia	Q	$f \cdot b$	prodotto tra forza e braccio della forza	$[l^2 \cdot m \cdot t^{-2}]$
densità	ρ	$\frac{m}{V}$	rapporto tra massa e volume	$[m \cdot l^{-3}]$
viscosità cinematica	ν	$\frac{\mu}{\rho}$	rapporto tra viscosità dinamica e densità	$[l^2 t^{-1}]$

Dal blog riaexplorer.blogspot.it è possibile scaricare il laboratorio svolto: drive.google.com/open?id=0Bxr3OLTGqG7edDJvMUFmVzEORDA usando GeoGebra. GeoGebra si può scaricare qui: www.geogebra.org/

Qui accanto un particolare del carrello per esperimenti in vasca del CNR-INSEAN di Roma

5.2. Grandezze adimensionali

Esegui l'analisi dimensionale delle grandezze definite di seguito e controlla che risultino effettivamente adimensionali completando la tabella.

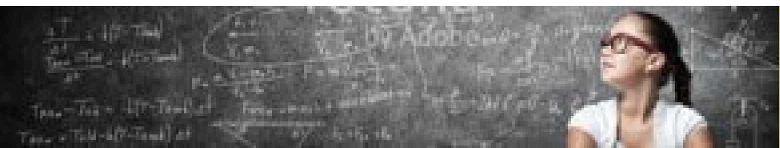
Grandezza fisica	Simbolo	Definizione		Dimensioni
velocità di avanzo	J	$\frac{v}{n \cdot D}$	rapporto velocità e numero di giri per la lunghezza del diametro	$\left[\frac{l \cdot t^{-1}}{t^{-1} \cdot l}\right] = [-]$
coefficiente di spinta	K_T	$\frac{T}{\rho n^2 D^4}$	rapporto tra spinta e il prodotto di densità, numero di giri al quadrato e diametro alla quarta	$\left[\frac{m \cdot l \cdot t^{-2}}{m \cdot l^{-3} \cdot t^{-2} \cdot l^4}\right] = [-]$
coefficiente di coppia	K_Q	$\frac{Q}{\rho n^2 D^5}$	rapporto tra coppia e il prodotto di densità, numero di giri al quadrato e diametro alla quinta	$\left[\frac{m \cdot l^2 \cdot t^{-2}}{m \cdot l^{-3} \cdot t^{-2} \cdot l^5}\right] = [-]$
numero di Reynolds	R_e	$\frac{v \cdot L}{\nu}$	rapporto tra il prodotto di velocità e lunghezza della corda con la viscosità cinematica	$\left[\frac{l^2 \cdot t^{-1}}{l^2 \cdot t^{-1}}\right] = [-]$
rendimento	η	$\frac{1}{2\pi} \cdot J \cdot \frac{K_T}{K_Q}$	prodotto di velcocità di avanzo per il rapporto tra coefficiente di spinta e di coppia	$\left[- \cdot \frac{-}{-}\right] = [-]$

L'ultima riga richiede qualche spiegazione: il rendimento è definito in termini di tre grandezze fisiche tutte adimensionali (velocità di avanzo, coefficiente di spinta e di coppia) e quindi è già di per sè adimensionale.

Compila la tabella, che successivamente sarà fornita al committente, calcolando i valori delle grandezze adimensionali per ciascuno dei punti sperimentali. Trascura per ora l'ultima colonna (che conterrà il numero di Reynolds).

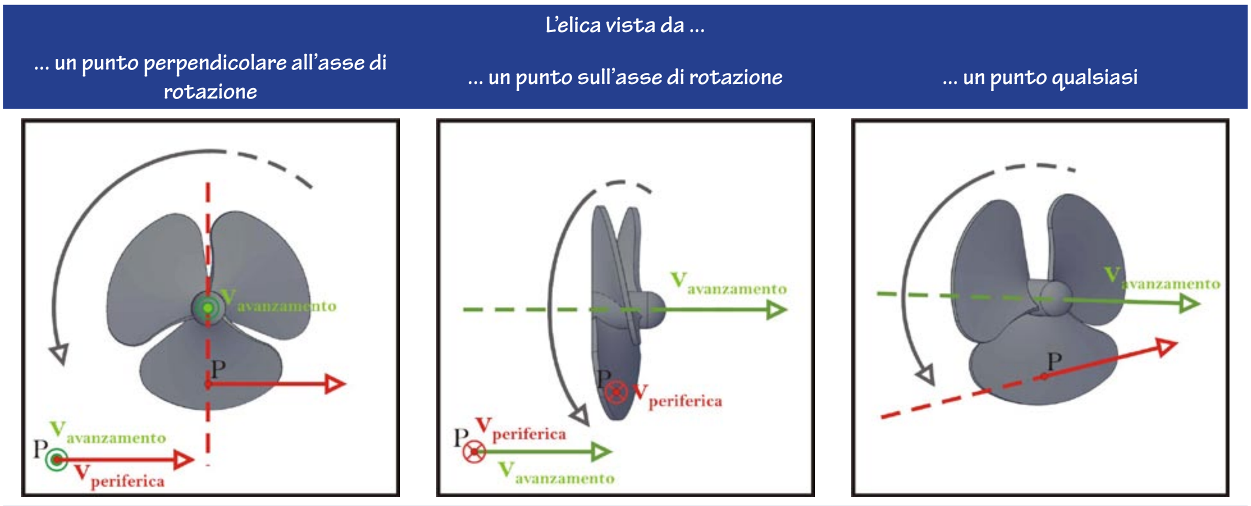
Le formule che servono sono riportate nelle tabelle in questa stessa pagina e nella precedente.

Velocità	Numero di giri	Spinta	Coppia	Velocità di avanzo	Coefficiente di spinta	Coefficiente di coppia	Rendimento	Numero di Reynolds
v	n	T	Q	J	K_T	$10xK_Q$	η	R_e
m/s	1/s	N	Nxm	-	-	-	-	-
0,000	13,481	270,305	8,584	0,0000	0,5014	0,6825	0,000	496055
0,400	13,500	247,457	7,968	0,1270	0,4578	0,6318	0,146	993869
0,627	13,491	231,320	7,583	0,1992	0,4285	0,6021	0,226	993733
0,941	13,495	209,944	7,069	0,2989	0,3887	0,5609	0,330	995136
1,254	13,491	187,391	6,510	0,3984	0,3471	0,5169	0,426	996388
1,568	13,492	164,671	5,929	0,4981	0,3050	0,4707	0,514	998452
1,881	13,481	141,539	5,318	0,5981	0,2626	0,4229	0,591	1000068
2,195	13,550	118,779	4,746	0,6944	0,2181	0,3735	0,645	1007955
2,351	13,550	104,849	4,353	0,7437	0,1925	0,3426	0,665	1009530
2,508	13,496	92,597	4,018	0,7965	0,1714	0,3188	0,682	1007303
2,821	13,474	67,414	3,263	0,8974	0,1252	0,2597	0,688	1009416
3,134	13,475	38,720	2,365	0,9969	0,0719	0,1882	0,606	1013616
3,448	13,481	5,013	1,291	1,0963	0,0093	0,1026	0,158	1018604
3,606	13,429	-18,570	0,516	1,1510	-0,0347	0,0413	-1,539	1017335



Le tre figure riportate qui di seguito rappresentano la stessa elica da tre punti di vista differenti. Disegna il vettore velocità di avanzamento (longitudinale) e il vettore velocità periferica entrambi applicati al punto P (che si trova sulla corda posta a una distanza dal centro pari al 75% del raggio della pala). Che angolo formano i due vettori velocità periferica e velocità di avanzamento?

La velocità dell'elica nel suo complesso (la velocità con cui l'elica si muove nell'acqua) è parallela all'asse di rotazione e ha lo stesso verso dell'avanzamento dell'elica mentre la velocità con cui ruota la porzione di pala presa in considerazione è perpendicolare a quest'asse (proprio perchè ruota attorno all'asse) e quindi i due vettori sono perpendicolari tra loro come si può dedurre immediatamente osservando le figure che seguono in cui è mostrata l'elica da diversi punti di vista. I vettori di colore rosso, in ciascuna figura, rappresentano la velocità periferica (la velocità con cui ruota la porzione di pala che ci interessa); i vettori in colore verde la velocità di avanzamento.



Nella prima figura la velocità di avanzamento è perpendicolare al foglio e diretta verso l'esterno (verso il lettore). Nella seconda figura la velocità periferica è anch'essa perpendicolare al foglio ma diretta verso l'interno dello stesso (dalla parte opposta rispetto al lettore).

Completa la tabella che trovi nella pagina successiva calcolando, per ciascun punto sperimentale, la velocità di rotazione (periferica), ricorda che la porzione di pala che ci interessa si trova a una distanza pari al 75% del raggio.

Possiamo tranquillamente suppore il moto di una porzione di pala come circolare uniforme la cui velocità periferica, di rotazione, è data dalla formula:

$$v_{rotazione} = 2\pi \cdot f \cdot r = 2\pi \cdot f \cdot 0.75\frac{D}{2} = \pi \cdot f \cdot 0.75D$$

dove f è la frequenza di rotazione, r è il raggio (la distanza della porzione di pala che ci interessa dal centro dell'elica) che nel nostro caso è pari al 75% della metà del diametro D. A questo punto possiamo riempire la terza colonna della tabella, quella in cui sono riportate le velocità di rotazione per le varie misure sperimentali.

Calcola anche il modulo della velocità (vera e propria) composizione delle due velocità.

Se i due vettori sono perpendicolari il modulo (l'intensità) della velocità effettiva con cui si muo-

Velocità di avanzamento v m/s	Numero di giri n 1/s	Velocità di rotazione v m/s	Velocità v m/s
0,000	13,481	14,821	14,821
0,400	13,500	14,842	14,847
0,627	13,491	14,832	14,845
0,941	13,495	14,836	14,866
1,254	13,491	14,832	14,885
1,568	13,492	14,833	14,916
1,881	13,481	14,821	14,940
2,195	13,550	14,897	15,058
2,351	13,550	14,897	15,081
2,508	13,496	14,838	15,048
2,821	13,474	14,813	15,080
3,134	13,475	14,814	15,142
3,448	13,481	14,821	15,217
3,606	13,429	14,764	15,198

ve la porzione di elica considerata si ottiene calcolando la lunghezza della diagonale del rettangolo formato dai due vettori:

$$v_{effettiva} = \sqrt{v^2_{avanzamento} + v^2_{periferica}}$$

I valori calcolati corrispondenti sono riportati nella in questa pagina, nell'ultima colonna.

Completa la tabella di analisi calcolando il numero di Reynolds.

Ottenuta la velocità effettiva, calcolare il numero di Reynolds è solo questione di pazienza (anche in questo caso i valori calcolati sono riportati nella tabella di pagina 15, nell'ultima colonna).

La tabella in questione, ora completa, è quella che va consegnata al committente.

Qui accanto ancora un particolare del carrello per esperimenti in vasca del CNR-INSEAN di Roma

6. Il rendimento

6.1. Approssimazione del coefficiente di spinta

Scegli un sistema di riferimento precisando quale informazione sarà riportata sull'asse delle ascisse e quale sull'asse delle ordinate e individua una scala comoda per l'asse delle ascisse e per l'asse delle ordinate (come già osservato, non è necessario che i due assi abbiano la stessa scala), tieni conto del fatto che il coefficiente di spinta dipende dalla velocità di avanzo.

Dal blog - riaexplorer.blogspot.it - è possibile scaricare l'esercizio svolto usando xMaxima: drive.google.com/open?id=OBxr3OLTGqG7eQkFZbEstZGZkNOU xMaxima si può scaricare qui: maxima.sourceforge.net/

Rappresentiamo i dati che abbiamo calcolato per il coefficiente di spinta K_T su un piano cartesiano: sulla ascisse la velocità di avanzo J e i valori del coefficiente sulle ordinate. I dati sono mostrati nel grafico cartesiano che si trova in questa pagina in colore verde scuro, nello stesso colore è tracciata la spezzata ottenuta collegando coppie di punti successivi.

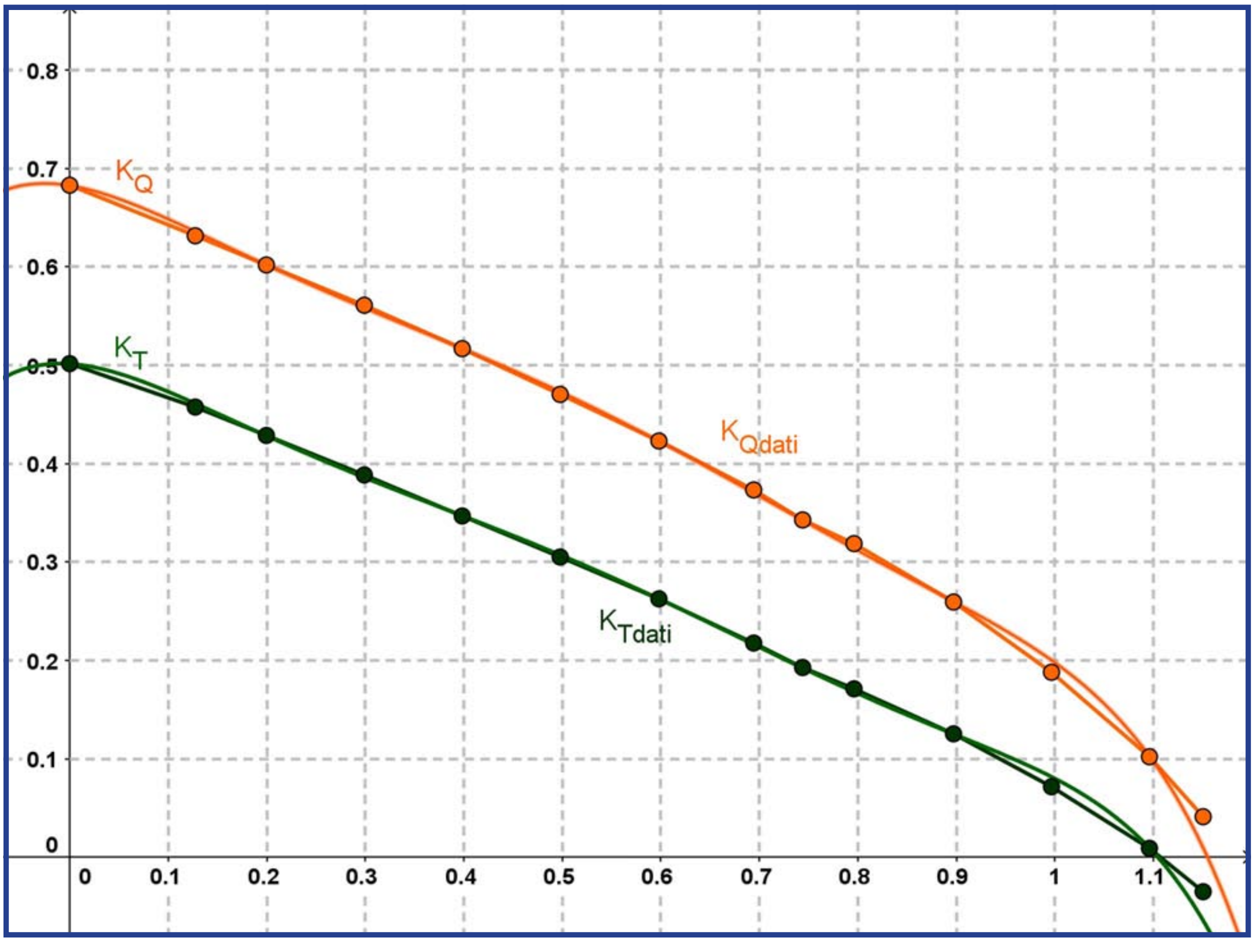
Il Toolbox: drive.google.com/open?id=OBxr3OLTGqG7edXlMOXZrNO15MEk suggerisce alcuni metodi per l'approssimazione di dati sperimentali con un polinomio (cfr.4 Approssimazione mediante polinomi a pagina 13)

La spezzata richiama alla mente il grafico di una funzione nota? È possibile approssimare la spezzata con una funzione polinomiale? Ricava l'equazione della funzione che secondo te approssima al meglio i dati. Traccia il grafico di questa funzione.

Una buona approssimazione si ha con un polinomio di sesto grado imponendo che la funzione, il polinomio per l'appunto, passi per 7 punti (infatti un polinomio di sesto grado ha sette parametri):

$$p_6(J) = a \cdot J^6 + b \cdot J^5 + c \cdot J^4 + d \cdot J^3 + e \cdot J^2 + f \cdot J + g$$

Per questo calcolo abbiamo scelto i punti K_{T0} (il primo), K_{T2}, K_{T4}, K_{T6}, K_{T8}, K_{T10} e K_{T12} (il penulti-



mo). Sostanzialmente si tratta di impostare un sistema con sette incognite, i sette parametri del polinomio, e sette equazioni, ottenute sostituendo le coordinate di ciascun punto nell'equazione generica del polinomio. Una volta risolto il sistema polinomio approssimante risulta:

$$KT(J) = -5.58 \cdot J^6 + 17.78 \cdot J^5 - 21.37 \cdot J^4 + 11.99 \cdot J^3 - 3.17 \cdot J^2 - 0.07 \cdot J + 0.50$$

L'espressione della funzione è riportata qui con il valore dei coefficienti arrotondati a due cifre decimali ma eseguendo il calcolo con un'applicazione *CAS* si può ottenere una precisione molto maggiore. Il grafico della funzione è mostrato nella figura che si trova nella pagina precedente in colore verde più chiaro (si nota, almeno a una prima occhiata, una buona corrispondenza tra funzione e dati).

Il Toolbox:
drive.google.com/open?id=0Bxr3OLTGqG7edXlMOXZrNO15MEk
suggerisce alcuni metodi per l'approssimazione di dati sperimentali con un polinomio (cfr.4 Approssimazione mediante polinomi a pagina 13)

6.2. Approssimazione del coefficiente di coppia

Scegli un sistema di riferimento precisando quale informazione sarà riportata sull'asse delle ascisse e quale sull'asse delle ordinate e individua una scala comoda per l'asse delle ascisse e per l'asse delle ordinate (come già osservato, non è necessario che i due assi abbiano la stessa scala), tieni conto del fatto che il coefficiente di coppia dipende dalla velocità di avanzo.

In modo simile a quanto fatto in precedenza per il coefficiente di spinta K_T, scegliamo, per i dati relativi al coefficiente di coppia K_Q, un piano cartesiano che ha sulle ascisse la velocità di avanzo J e i valori del coefficiente sulle ordinate. I dati sono mostrati nel grafico cartesiano che si trova nella pagina precedente in colore arancione, nello stesso colore è tracciata la spezzata ottenuta collegando coppie di punti successivi.

La spezzata richiama alla mente il grafico di una funzione nota? È possibile approssimare la spezzata con una funzione polinomiale? Ricava l'equazione della funzione che secondo te approssima al meglio i dati. Traccia il grafico di questa funzione.

Scegliamo anora un polinomio di sesto grado imponendo che la funzioni (il polinomio per l'appunto) passi per 7 punti e procediamo in modo simile al precedente. Per questo calcolo abbiamo scelto i punti corrispondenti a quelli già usati per il coefficiente di spinta: K_{Q0} (il primo), K_{Q2}, K_{Q4}, K_{Q6}, K_{Q8}, K_{Q10} e K_{Q12} (il penultimo).

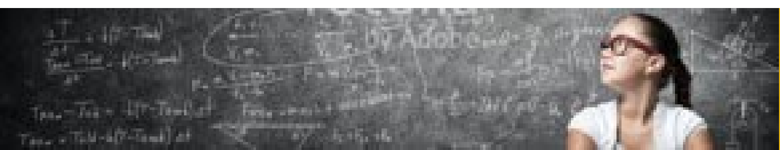
La funzione ottenuta è riportata di seguito. È bene ricordare che i valori del coefficiente di coppia sono moltiplicati per dieci e quindi la funzione che abbiamo ottenuto è di un ordine di grandezza più grande del reale, ma questo fa sì che sia più facile rappresentarla nello stesso piano cartesiano in cui abbiamo già tracciato la $K_T = K_T(J)$.

Il grafico della $K_Q = K_Q(J)$ è tracciato sia nella figura a pagina precedente che in quella a pagina successiva (in colore arancione).

$$KQ(J) = -5.48 \cdot J^6 + 17.04 \cdot J^5 - 19.89 \cdot J^4 + 10.69 \cdot J^3 - 2.68 \cdot J^2 - 0.16 \cdot J + 0.68$$

6.3. Il rendimento

Scrivi un'espressione per il rendimento dell'elica utilizzando le due funzioni $K_T = K_T(J)$ e $K_Q = K_Q(J)$ che hai ricavato in precedenza. Osserva che probabilmente dovrai correggere la formula che abbiamo riportato qui sopra per tener conto del diverso ordine di grandezza di $K_Q = K_Q(J)$. Rappresenta la funzione ottenuta su un piano cartesiano (puoi ancora usare il piano cartesiano che si trova a pagina 11.



Come detto in precedenza noi sappiamo che il rendimento dipende dal coefficiente di coppia e da quello di spinta **(cfr. la tabella a pagina 16)**, di conseguenza possiamo esprimere il rendimento in funzione della velocità di avanzo J. Ricordiamo però che il coefficiente di coppia K_Q è stato moltiplicato per dieci per cui la formula citata deve essere modificata come segue:

$$\eta = \frac{1}{2\pi} \cdot J \cdot \frac{K_T}{K_Q/10} = \frac{10}{2\pi} \cdot \frac{J \cdot K_T}{K_Q} = \frac{5}{\pi} \cdot \frac{J \cdot K_T}{K_Q}$$

A questo punto possiamo scrivere la funzione che ci da il rendimento dell'elica:

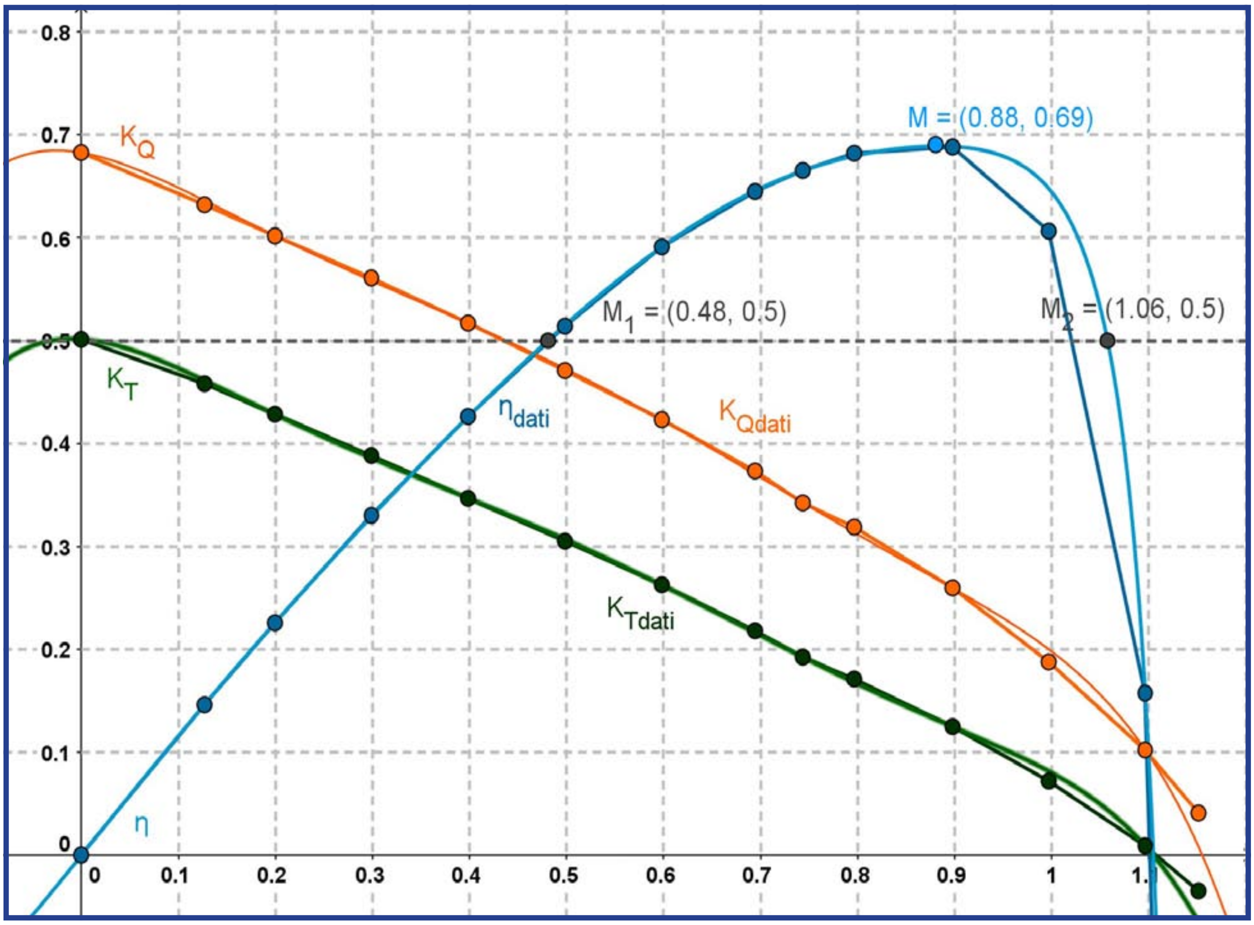
$$\eta(J) = \frac{10}{2\pi} \cdot \frac{-5.58 \cdot J^7 + 17.78 \cdot J^6 - 21.37 \cdot J^5 + 11.99 \cdot J^4 - 3.17 \cdot J^3 - 0.07 \cdot J^2 + 0.50 \cdot J}{-5.48 \cdot J^6 + 17.04 \cdot J^5 - 19.89 \cdot J^4 + 10.69 \cdot J^3 - 2.68 \cdot J^2 - 0.16 \cdot J + 0.68}$$

La figura in basso in questa stessa pagina riporta il grafico del rendimento in colore azzurro e la spezzata ottenuta dal rendimento calcolato a partire dai dati sperimentali in colore blu. Per comodità nella stessa figura sono riportati punti sperimentali e grafico della funzione corrispondente anche per il coefficiente di spinta e quello di coppia.

Calcola il valore di J per cui il rendimento è massimo e il valore di questo massimo. Osserva che si tratta di un problema di massimo e minimo in un intervallo chiuso e limitato.

Dal blog riaexplorer.blogspot.it è possibile scaricare il laboratorio svolto: drive.google.com/open?id=0Bxr3OLTGqG7edDJvMUFmVzEORDA usando GeoGebra. GeoGebra si può scaricare qui: www.geogebra.org/

Osservando l'andamento della funzione possiamo notare che presenta chiaramente un punto in cui raggiunge un massimo nell'intervallo che ci interessa (la funzione ha un andamento prima crescente e poi decrescente). Come sappiamo, per trovare un estremo di una funzione (il nostro massimo), è necessario derivare la funzione ottenendo:



$$
\eta'(J)=\frac{5\cdot\left(-5.58\cdot J^6+17.78\cdot J^5-21.37\cdot J^4+11.99\cdot J^3-3.17\cdot J^2-0.07\cdot J+0.5\right)}{\pi\cdot\left(-5.48\cdot J^6+17.04\cdot J^5-19.89\cdot J^4+10.69\cdot J^3-2.68\cdot J^2-0.16\cdot J+0.68\right)}+
$$

$$
+\frac{5\cdot J\cdot\left(-33.48\cdot J^5+88.9\cdot J^4-85.48\cdot J^3+35.97\cdot J^2-6.34\cdot J-0.07\right)}{\pi\cdot\left(-5.48\cdot J^6+17.04\cdot J^5-19.89\cdot J^4+10.69\cdot J^3-2.68\cdot J^2-0.16\cdot J+0.68\right)}+
$$

$$
-\frac{5\cdot J\cdot\left(-32.88\cdot J^5+85.20\cdot J^4-79.56\cdot J^3+32.07\cdot J^2-5.36\cdot J-0.16\right)}{\pi\cdot\left(-5.48\cdot J^6+17.04\cdot J^5-19.89\cdot J^4+10.69\cdot J^3-2.68\cdot J^2-0.16\cdot J+0.68\right)^2}\cdot
$$

$$
\cdot\left(-5.58\cdot J^6+17.78\cdot J^5-21.37\cdot J^4+11.99\cdot J^3-3.17\cdot J^2-0.07\cdot J+0.5\right)
$$

Sembra evidente che trattare una funzione del genere richiede l'utilizzo di un sftware CAS.

Dal blog - riaexplorer.blogspot.it - è possibile scaricare l'esercizio svolto usando xMaxima: drive.google.com/open?id=OBxr3OLTGqG7eQkFZbEstZGZkNOU
xMaxima si può scaricare qui: maxima.sourceforge.net/

A questo punto risolviamo l'equazione ottenuta eguagliando a zero la derivata nell'intervallo delimitato dal primo e ultimo dato sperimentale ottenendo *0.83*, si tratta della velocità di avanzo per cui il rendimento è massimo. Calcoliamo anche il rendimento massimo sostituendo l'ascissa trovata nell'espressione della funzione che ci da il rendimento ricavando:

$$
\eta(0.88)\approx 0.69
$$

che corrisponde, come detto, al rendimento massimo della nostra elica. Si tratta di un'altra informazione essenziale che va fornita al committente insieme alla tabella di analisi dei dati compilati in precedenza.

Determina un intervallo per cui l'elica abbia il rendimento pari o superiore al 50% del massimo teorico.

È facile comprendere che il regime di funzionamento di un'elica raramente sarà tale da consentire il raggiungimento del rendimento massimo, di un rendimento pari al 100%. È sicuramente più utile determinare un intervallo di valori della velocità di avanzo per cui il rendimento risulti superiore al 50%: livello minimo accettabile. Per fare ciò, tracciamo un asse orizzontale di equazione $y = 0.5$ e determiniamo le intersezioni di questo con la nostra funzione rendimento.

Risolvendo l'equazione:

$$
\eta(J)=0.5
$$

determiniamo due soluzioni nell'intervallo che ci interessa: $M_1 = 0.48$ e $M_2 = 1.06$. Scopriamo così che il rendimento è maggiore al 50% quando la velocità di avanzo è compresa nell'intervallo:

$$
J\in[0.48,1.06]
$$

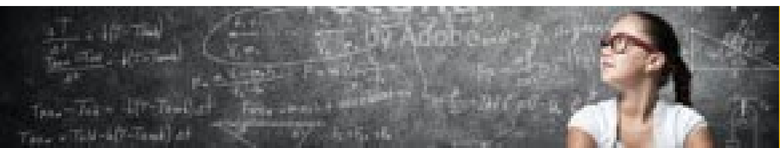
Nella figura della pagina precedente la retta orizzontale $y = 0.5$ è tratteggiata in colore grigio e i punti M_1 e M_2, stesso colore, sono le intersezioni con la funzione che approssima il rendimento.

Il Toolbox: drive.google.com/open?id=OBxr3OLTGqG7edXIMOXZrNO15MEk suggerisce alcuni metodi per il calcolo dell'errore commesso approssimando una serie di dati con una funzione (cfr.1 Calcolo dell'errore a pagina 5)

6.4. La stima dell'errore

Calcola l'errore che si commette sostituendo la funzione che hai appena determinato ai dati reali (che hai calcolato in precedenza e che trovi nella tabella di pagina 16).

Per stimare l'errore possiamo calcolare la somma degli scarti quadratici (in pratica la somma dei quadrati delle distanze tra ogni punto sperimentale e il corrispondente - con la stessa ascissa -



punto della funzione approssimante) mediante la formula:

$$S_{13} = \sum_{i=0}^{13} [\eta(J_i) - \eta_i]^2 \approx 0.0002$$

Come mostrato, l'errore risulta pari circa a *0.0002*, quindi nell'ordine di 10^{-4}: un ottimo risultato!

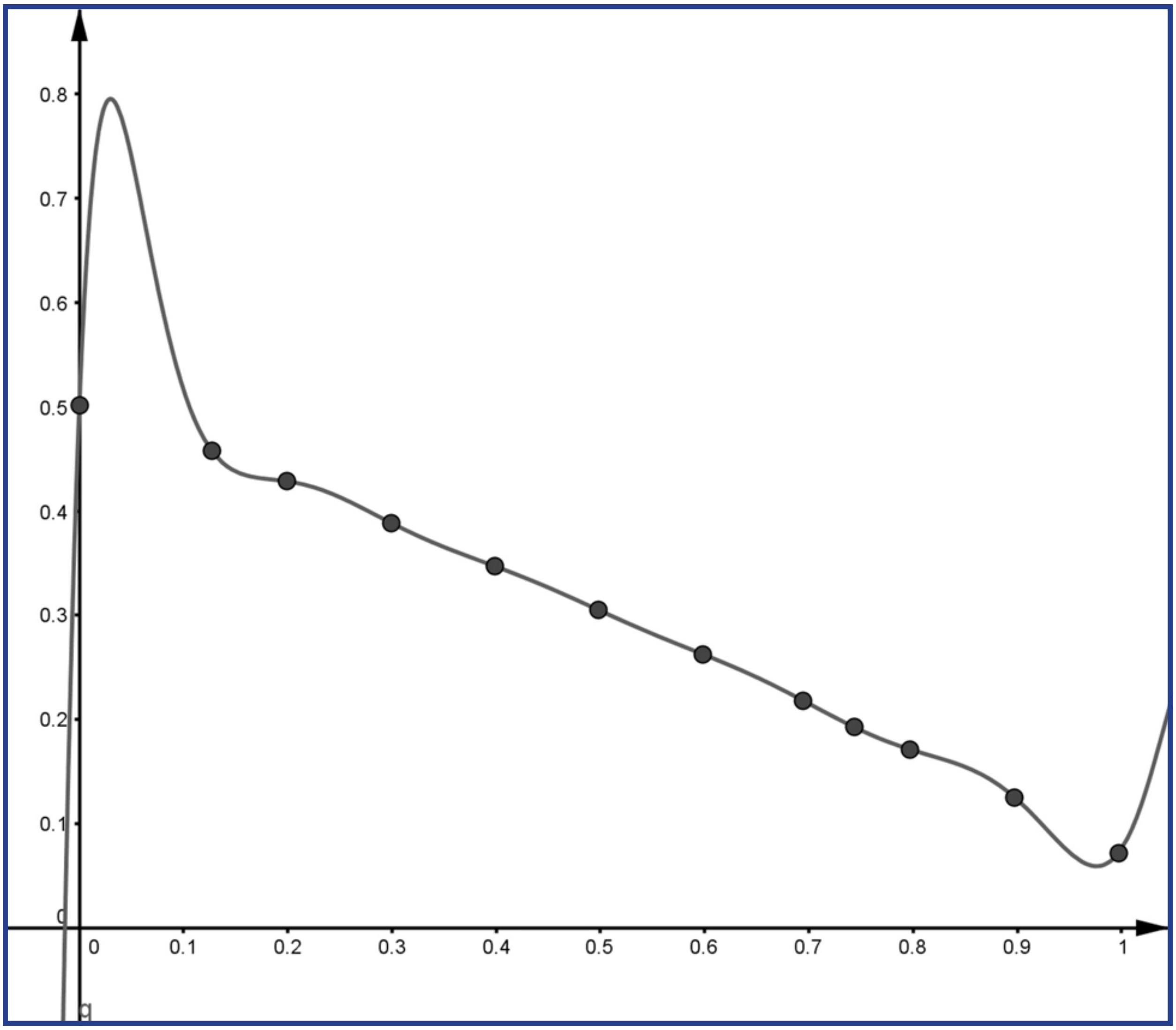
6.5. Conclusioni

Nel corso del laboratorio abbiamo provato ad approssimare la spezzata con un polinomio di quarto, sesto, ottavo e dodicesimo grado ma successivamente abbiamo ritenuto opportuno scegliere quello di sesto, in quanto l'errore risultava minore rispetto agli altri.

Può sembrare strano che i polinomi di grado maggiore rispetto a quello da noi scelto abbiano un errore superiore, poiché all'aumentare del grado aumenta il numero di punti per cui passa la funzione e quest'ultima dovrebbe essere più precisa.

Dal blog riaexplorer.blogspot.it è possibile scaricare il laboratorio svolto: drive.google.com/open?id=0Bxr3OLTGqG7edDJvMUFmVzEORDA usando GeoGebra. GeoGebra si può scaricare qui: www.geogebra.org/

Per esempio, un polinomio di dodicesimo grado passerà per tutti i tredici punti assegnati. Tuttavia il risultato che si ottiene è insoddisfacente, per quanto poco intuitivo, ed è una conseguenza del famoso teorema di Runge che afferma che il polinomio interpolatore peggiora all'aumentare del grado quando i punti sono abbastanza equidistanti, come nel nostro caso. Qui di seguito, per esempio, un polinomio di dodicesimo grado per il coefficiente di spinta, chiaramente impreciso.



LSS G.B. Grassi

liceo scientifico statale G.B. Grassi di LAtina

www.liceograssilatina.org

CNR - IAC

Istituto per le Applicazioni del Calcolo Mauro Picone

www.iac.cnr.org

CNR - IFN Roma

Istituto di Fotonica e Nanotecnologie

www.roma.ifn.cnr.org

CNR - INSEAN

Istituto Nazionale Studi Esperienze e Architettura Navale

www.insean.cnr.org