

Coefficiente di forma

Quanta potenza serve per muovere una nave?



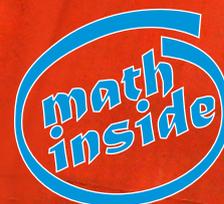
RESEARCH IN ACTION - RIA

RESEARCHINACTION.IT

Vi siete mai soffermati a pensare a quanta potenza serve per far muovere una nave? Molti credono che per spostare un'imbarcazione sia sufficiente un buon motore. In realtà una buona parte del merito deve essere attribuita anche alle caratteristiche dello scafo e all'efficienza dell'elica.

Per fare una previsione della potenza necessaria per far avanzare una nave, si eseguono dei test su un modello in scala in appositi impianti sperimentali, le cosiddette vasche navali dove è possibile misurare la resistenza al moto.

08 Coefficiente di forma - 05.19
Revisione 0 del 27.05.19





RiA - Research in Action

La parola ría in inglese significa estuario, in particolare (dalla definizione che ne dà l'Oxford Living Dictionaries):

A long, narrow inlet formed by the partial submergence of a river valley ... the rias or estuaries contain very peculiar ecosystems which often contain important amounts of fish ... (a causa della loro natura, le rias o estuari contengono ecosistemi molto particolari che spesso contengono grandi quantità di pesce - www.eurotomic.com/spain/the-rias-altas-in-spain.php)

quindi questo prodotto che sarà realizzato grazie all'attività di alternanza scuola-lavoro di alcuni studenti del liceo scientifico G.B.Grassi di Latina - www.liceograssilatina.org - sarà un luogo virtuale da esplorare dove *pescare* molto materiale per la didattica laboratoriale.

Fare scienza

La scienza non è solo identificabile con la formula, il modello, la teoria. In altre parole la scienza non rappresenta solo un corpo di conoscenze organizzate e formalizzate. La scienza è anche e fondamentalmente ricerca. Una ricerca volta a conoscere e a capire sempre più e sempre meglio come è fatto e come funziona questo nostro complicatissimo mondo.

Fare scienza si identifica con l'interrogarsi, con l'indagare ed esplorare fatti e cose. Questo tipo di lavoro i bambini lo fanno spontaneamente sin dalla loro nascita ma si perde nel corso del percorso scolastico. L'intervento educativo deve tener conto di ciò e fornire stimoli, occasioni e strumenti per far acquisire agli studenti capacità sempre più ampie e affinate per poter compiere questo lavoro di indagine mantenendo viva (o risvegliando) la curiosità cognitiva, la voglia di sapere e di scoprire, la fiducia di poter capire.

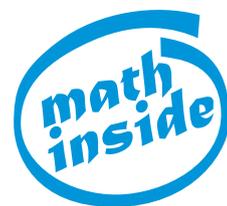
Pensare in senso creativo, in campo scientifico, significa aggredire i problemi, attivare processi vivi del pensiero, alimentare l'evoluzione dinamica dell'intelligenza duttile, dell'esercizio dell'intuizione e dell'immaginazione, della capacità di progettare e formulare ipotesi, di controllare e verificare quanto prodotto e ricercato.

Per questo è necessario bandire forme di apprendimento consumate entro schemi rigidi di elaborazione del pensiero e puntare al recupero della congettura, dell'ipotesi, di una coscienza scientifica aperta a interrogare ogni problematica.



La società odierna deve far fronte ad un rinnovamento scientifico e tecnico accelerato in cui lo sviluppo delle conoscenze scientifiche e la creazione di prodotti di alta tecnologia (*hi-tech*), come anche la loro diffusione subiscono un'accelerazione sempre più rapida.

È necessaria, quindi, una diffusione della conoscenza in genere ed è indispensabile promuovere una nuova cultura scientifica e tecnica basata sulla informazione e sulla conoscenza. E quanto più è solida la base di conoscenze scientifiche scolastiche, tanto più si può approfittare dell'informazione e della conoscenza scientifica e tecnica.



» <https://www.facebook.com/Research-in-Action-341307966417448/>
» <https://www.youtube.com/channel/UC1PA7Zu78RUMBJnkaiOR8kA/>



Sommario dei contenuti

Coefficiente di forma - Quanta potenza serve per muovere una nave?

Sommario dei contenuti

1. Il coefficiente di forma 5

- 1.1. PREREQUISITI 6
- 1.2. OBIETTIVI 6
- 1.3. FOGLIO DI CALCOLO E SOFTWARE CAS 6

2. Le grandezze in gioco 7

- 2.1. GRANDEZZE DIMENSIONALI 7
- 2.2. GRANDEZZE ADIMENSIONALI 7
- 2.3. ANALISI ESPERIMENTO 8
- 2.4. I DATI 10
- 2.5. IL COEFFICIENTE DI FORMA 10
- 2.6. LA FUNZIONE APPROSSIMANTE 12
- 2.7. STIMA DELL'ERRORE 12

3. Le grandezze in gioco 14

- 3.1. GRANDEZZE DIMENSIONALI 14
- 3.2. GRANDEZZE ADIMENSIONALI 14
- 3.3. I DATI 15
- 3.4. IL COEFFICIENTE DI FORMA 15
- 3.5. LA FUNZIONE APPROSSIMANTE 16
- 3.6. STIMA DELL'ERRORE 17



Materiale disponibile per questo laboratorio:

- » il fascicolo (in formato PDF di circa 10MB): <http://researchinaction.it/wp-content/uploads/2019/05/08-Coefficiente-di-forma.pdf>;
- » il file GeoGebra con l'esercizio svolto: <http://researchinaction.it/wp-content/uploads/2019/06/08-Coefficiente-di-forma.zip>.

Per il materiale didattico a supporto del fascicolo visitare anche la pagina Download del sito dedicato al progetto: <http://researchinaction.it/download/>.

Per i videotutorial è possibile visitare il canale YouTube del progetto: <https://www.youtube.com/channel/UC1PA7Zu78RUMBJnkaiOR8kA>.



Coefficiente di forma

Quanta potenza serve per muovere una nave?

1. Il coefficiente di forma

Questo laboratorio è stato sviluppato da Andrea Federici, Luca Marcheselli, Valeria Petrianni, Paolo Ranucci, Martina Tomei in collaborazione con Alessandro Moriconi (CNR-INM), il progetto è stato coordinato da Gualtiero Grassucci (Iss G.B. Grassi di Latina).

Vi siete mai soffermati a pensare a quanta potenza serva per far muovere una nave? Molti credono che per spostare un'imbarcazione sia sufficiente un buon motore. In realtà una buona parte del merito deve essere attribuita anche alle caratteristiche dello scafo e all'efficienza dell'elica.

Per fare una previsione della potenza necessaria per far avanzare una nave ad una determinata velocità, si eseguono dei test su un modello in scala in appositi impianti sperimentali, le cosiddette *vasche navali* dove è possibile misurare la resistenza al moto del modello che il fluido in cui è immerso, l'acqua, esercita sul modello stesso: la *resistenza fluidodinamica*! La resistenza fluidodinamica è proprio quella forza che un fluido, che sia allo stato aeriforme o liquido, oppone al movimento di un corpo. Se il fluido è nello stato liquido la resistenza prende il nome di *resistenza idrodinamica*.

Il *coefficiente di forma* è uno dei parametri che determinano il valore di questa resistenza. Si tratta di un coefficiente moltiplicativo da applicare al coefficiente di resistenza di attrito perchè quest'ultimo, il coefficiente di resistenza di attrito, dipenda anche dalla forma della nave (in altre parole, se il coefficiente di forma fosse nullo, per un dato numero di Reynolds, il coefficiente di resistenza di attrito sarebbe lo stesso indipendentemente dalla forma e dalle dimensioni dello scafo).

In questo laboratorio analizzeremo il primo e più semplice tra i test per fare una previsione sulla potenza necessaria per far avanzare una nave ad una determinata velocità, chiamato prova di rimorchio. Un test durante il quale un modello di imbarcazione viene fatto avanzare in acqua trainato da un carrello che si sposta su degli appositi binari. Durante la prova di rimorchio viene misurata con opportuni strumenti la resistenza dell'acqua all'avanzamento del modello e filmato



Il blog Research in Action propone, sullo stesso argomento, anche il laboratorio Rendimento elica libera: <http://researchinaction.it/rendimento-elica-libera/>



Nella foto qui accanto il Bacino rettilineo (vasca navale) n. 1 dell'Istituto Nazionale per Studi ed Esperienze di Architettura Navale che si trova a Roma, in via Vallerano.

È uno dei bacini più grandi al mondo grazie a una lunghezza di 470 metri, una larghezza di 13,5 e una profondità di 6,5 metri.

Il bacino è dotato di un carro dinamometrico capace di una velocità di 15 metri al secondo (oltre 50km/h).

il comportamento del liquido nei pressi dello scafo. Le misure e le analisi ci consentiranno di determinare il valore del coefficiente di forma di un particolare modello di scafo!

1.1. PREREQUISITI

Per questo laboratorio è necessario conoscere:

- » le dimensioni delle principali grandezze che si incontrano in fluidodinamica e i rudimenti dell'analisi dimensionale;
- » come approssimare una funzione a partire da dati sperimentali;
- » saper stimare l'errore commesso nell'approssimazione di dati sperimentali.

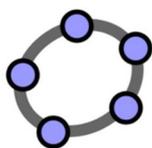
1.2. OBIETTIVI

L'obiettivo del problema è determinare il coefficiente di forma di un particolare modello sottoposto a una prova di rimorchio a partire da dati sperimentali ricavati dal test a cui è stato sottoposto.

1.3. FOGLIO DI CALCOLO E SOFTWARE CAS

I dati da manipolare provengono da un test reale e sono il risultato di vere misure sperimentali per cui non sarà facile effettuare i calcoli necessari: carta e penna probabilmente non basteranno! Per questo consigliamo di utilizzare un foglio di calcolo.

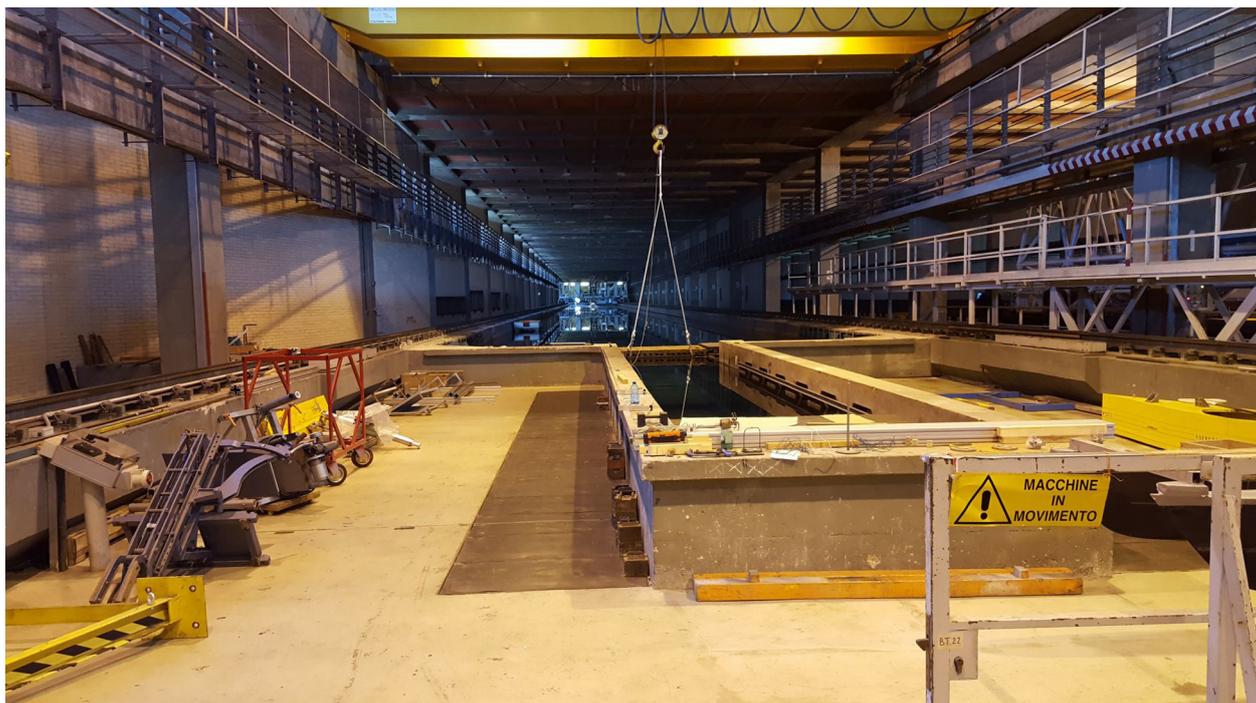
Questi dati, poi, dovranno essere necessariamente rappresentati su un piano cartesiano, per determinare anche dal punto di vista grafico il risultato più plausibile. Un software CAS (*Computer Algebra System*) come GeoGebra potrà essere di aiuto.



Sul blog Research in Action è possibile scaricare il file GeoGebra con il laboratorio già svolto: <http://researchinaction.it/wp-content/uploads/2019/06/08-Coefficiente-di-forma.zip>
GeoGebra si può scaricare qui: <https://www.geogebra.org/>



In questa pagina il Bacino rettilineo n. 2 (INM - Roma). Più piccolo del n. 1 (solo 220 metri di lunghezza) è però dotato di un generatore di onde a paratia oscillante ed è quindi usato anche per prove in mare agitato.



2. Le grandezze in gioco

2.1. GRANDEZZE DIMENSIONALI

L'analisi dimensionale è uno strumento utile per comprendere le situazioni fisiche che coinvolgono grandezze di diversa natura e verificare la plausibilità di calcoli ed equazioni. Quando si eseguono test con modelli in scala, è opportuno lavorare su grandezze adimensionali in modo da rendere i risultati indipendenti dalle dimensioni del modello utilizzato.

Completa la tabella seguente eseguendo l'analisi dimensionale delle grandezze che descrivono il moto del modello nel fluido.

Grandezza fisica	Simbolo		Definizione	Dimensioni
Velocità	v	$\frac{S}{t}$	rapporto tra spazio e tempo	
Viscosità dinamica	μ	$\frac{F \cdot d}{S \cdot v}$	Rapporto tra il prodotto di forza e distanza e il prodotto di superficie e velocità	
Densità	ρ	$\frac{m}{V}$	rapporto tra massa e volume di un corpo	
Viscosità cinematica	ν	$\frac{F \cdot d}{S \cdot \rho \cdot v}$	rapporto tra la viscosità dinamica di un fluido e la sua densità	

La viscosità dinamica richiede alcune precisazioni: sostanzialmente misura la resistenza di un fluido al movimento quando scorre tra due superfici, due lamine, parallele, di cui una in movimento. Così F è la forza applicata alla superficie in movimento, d la distanza tra le due superfici, S la superficie delle due lamine (supposte essere uguali) e v la velocità della lamina in movimento.

2.2. GRANDEZZE ADIMENSIONALI

In ambito scientifico, una grandezza adimensionale (in altre parole, un numero puro, senza unità di misura) è una grandezza che contribuisce a descrivere un determinato sistema fisico in modo indipendente dalle dimensioni di questo sistema.

Esegui l'analisi dimensionale delle grandezze definite di seguito e controlla che risultino effettivamente prive di dimensioni (di unità di misura) completando la tabella. Ricorda: la resistenza idrodinamica deve essere trattata come una forza.



Grandezza fisica	Simbolo		Definizione	Dimensioni
Numero di Reynolds	Re	$\frac{v \cdot L}{\nu}$	rapporto tra il prodotto di velocità e lunghezza bagnata e la viscosità cinematica	
Numero di Froude	Fr	$\frac{v}{\sqrt{g \cdot L}}$	rapporto tra velocità e radice quadrata del prodotto di accelerazione di gravità e lunghezza bagnata	
Coefficiente di resistenza totale	C_T	$\frac{R_T}{\frac{1}{2} \rho v^2 S}$	rapporto tra la resistenza idrodinamica totale e la metà del prodotto tra la densità del fluido, la velocità del corpo al quadrato e la superficie bagnata	

Le grandezze adimensionali non hanno unità di misura e quindi sono particolarmente utili quando si ha a che fare con modelli in scala: adimensionalizzando le grandezze, le misure e i risultati saranno (quasi) indipendenti dalle dimensioni del modello.

2.3. ANALISI ESPERIMENTO

In questo laboratorio l'obiettivo è determinare il coefficiente di forma (che indicheremo con la lettera k) del modello di scafo sottoposto al test di rimorchio. Il coefficiente di forma si presenta come un parametro della funzione del coefficiente di resistenza totale adimensionalizzato C_{Tm} .

Proviamo a capire qualcosa in più. Per risolvere il problema, è opportuno partire da alcuni presupposti: per poter trasportare i valori ottenuti dal modello ai valori nave è necessario fare un'ipotesi semplificativa, secondo la quale la resistenza idrodinamica totale R_T può essere suddivisa in due componenti principali, ovvero la resistenza d'attrito R_F , funzione del numero di Reynolds Re , e la resistenza residua R_R , funzione del numero di Froude Fr . Tale ipotesi è nota come *Ipotesi di Froude* ed è riassumibile così:

$$R_T = R_F(Re) + R_R(Fr)$$

Questa semplificazione costituisce il compromesso utilizzato in ingegneria navale per ricavare una previsione dei valori di resistenza e quindi di potenza relativi alla nave. Per eseguire tale previsione è necessario adimensionalizzare opportunamente tutti questi valori al fine di renderli appunto indipendenti dalle dimensioni utilizzate. Utilizzando l'indice m per riferirsi ai valori ottenuti tramite i test sul modello (valori *misurati*, da cui il l'indice m) otteniamo:

$$C_{Tm} = \frac{R_{Tm}}{\frac{1}{2}\rho_m v_m^2 S_m} = \frac{R_{Fm}(Re_m)}{\frac{1}{2}\rho_m v_m^2 S_m} + \frac{R_{Rm}(Fr_m)}{\frac{1}{2}\rho_m v_m^2 S_m} = C_{Fm}(Re_m) + C_{Rm}(Fr_m)$$

dove ρ è la densità dell'acqua, S_m è la superficie bagnata e v_m la velocità, quindi:

$$C_{Rm} = C_{Tm} - C_{Fm}$$

Ricordando che la prova di rimorchio in vasca navale viene eseguita allo stesso numero di Froude della nave (ma non allo stesso numero di Reynolds), possiamo affermare (indicando con il pedice s i valori corrispondenti alla nave) che $C_{Rm} = C_{Rs}$, essendo il coefficiente di resistenza residua adimensionale funzione proprio del numero di Froude. È quindi sufficiente avere una formulazione



Qui accanto uno dei modelli usati nei bacini dell'INM di Roma per le prove di rimorchio. I modelli sono realizzati in legno, linee e numeri sono utilizzati per le misure durante e dopo le prove.





analitica del C_F , sia per il modello che per la nave, per poter ricavare il

$$C_{Ts} = C_{Fs} + C_{Rs} = C_{Fs} + C_{Rm}$$

e quindi la resistenza totale nave R_{Ts} .

Senza entrare nei dettagli fisici e sperimentali possiamo dire che il coefficiente di resistenza d'attrito per un oggetto tridimensionale, come il modello di una nave, è:

$$C_{Tm}(Re_m) = (1 + k) \frac{0.075}{(\log_{10} Re_m - 2)^2}$$

Per determinare k si eseguono delle misure di resistenza al moto a velocità molto basse in modo da minimizzare la resistenza d'onda C_{Rm} rendendo il C_{Tm} funzione solo del numero di Reynolds. Possiamo quindi affermare che:

$$C_{Tm}(Re_m) \cong C_{Fm}(Re_m)$$

e quindi:

$$(1 + k) = \frac{C_{Tm}(Re_m)}{\frac{0.075}{(\log_{10} Re_m - 2)^2}}$$

laddove sia il numeratore che il denominatore sono noti in quanto misurati sperimentalmente.





Il Toolbox:
<http://researchinaction.it/wp-content/uploads/2018/11/00-Toolbox.pdf>
 fornisce alcuni concetti fondamentali sull'approssimazione delle funzioni.

2.4. I DATI

Nei laboratori dell'Istituto di Ingegneria del Mare (CNR-INM) sono stati eseguiti dei test di rimorchio su un modello di carena avente lunghezza totale bagnata $L_m = 6.250m$ e una superficie bagnata $S_m = 9.922m^2$; la temperatura dell'acqua durante i test era $t = 12\text{ C}$, a cui corrisponde con ottima approssimazione una viscosità cinematica e densità pari a:

$$\nu = 1.235 \cdot 10^{-6} \frac{m^2}{s} \quad \rho = 999.5 \frac{kg}{m^3}$$

I risultati ottenuti sono riassunti nella tabella seguente (la prima colonna contiene solo un numero che ha l'unico scopo di *numerare* i dati per un facile riconoscimento).

#	v_m (velocità) m/s	R_{Tm} N	$Re (10^6)$	$C_{Tm} \times 10^3$ $N s^2/kg m^3$
1	0.909	16.34		
2	1.000	20.92		
3	1.046	23.27		
4	1.091	25.48		
5	1.091	25.36		
6	1.137	27.39		
7	1.182	29.41		
8	1.228	31.62		
9	1.273	33.81		
10	1.319	36.09		
11	1.364	39.40		
12	1.364	39.23		
13	1.390	41.36		
14	1.410	42.49		
15	1.455	45.76		
16	1.455	45.97		
17	1.455	45.97		
18	1.490	48.39		
19	1.546	56.39		

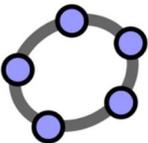
2.5. IL COEFFICIENTE DI FORMA



Il coefficiente di forma dipende quindi dal coefficiente di resistenza totale C_{Tm} , funzione del numero di Reynolds. Per raggiungere il nostro obiettivo, dobbiamo innanzitutto calcolare il numero di Reynolds e il coefficiente di resistenza totale adimensionalizzato.

Per prima cosa, calcola il numero di Reynolds Re e il coefficiente di resistenza totale adimensionalizzato C_{Tm} completando la tabella che trovi qui sopra.

Se non ricordi le formule **vedi 2.2 Grandezze adimensionali a pagina 7.**

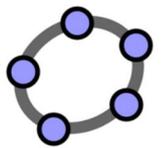
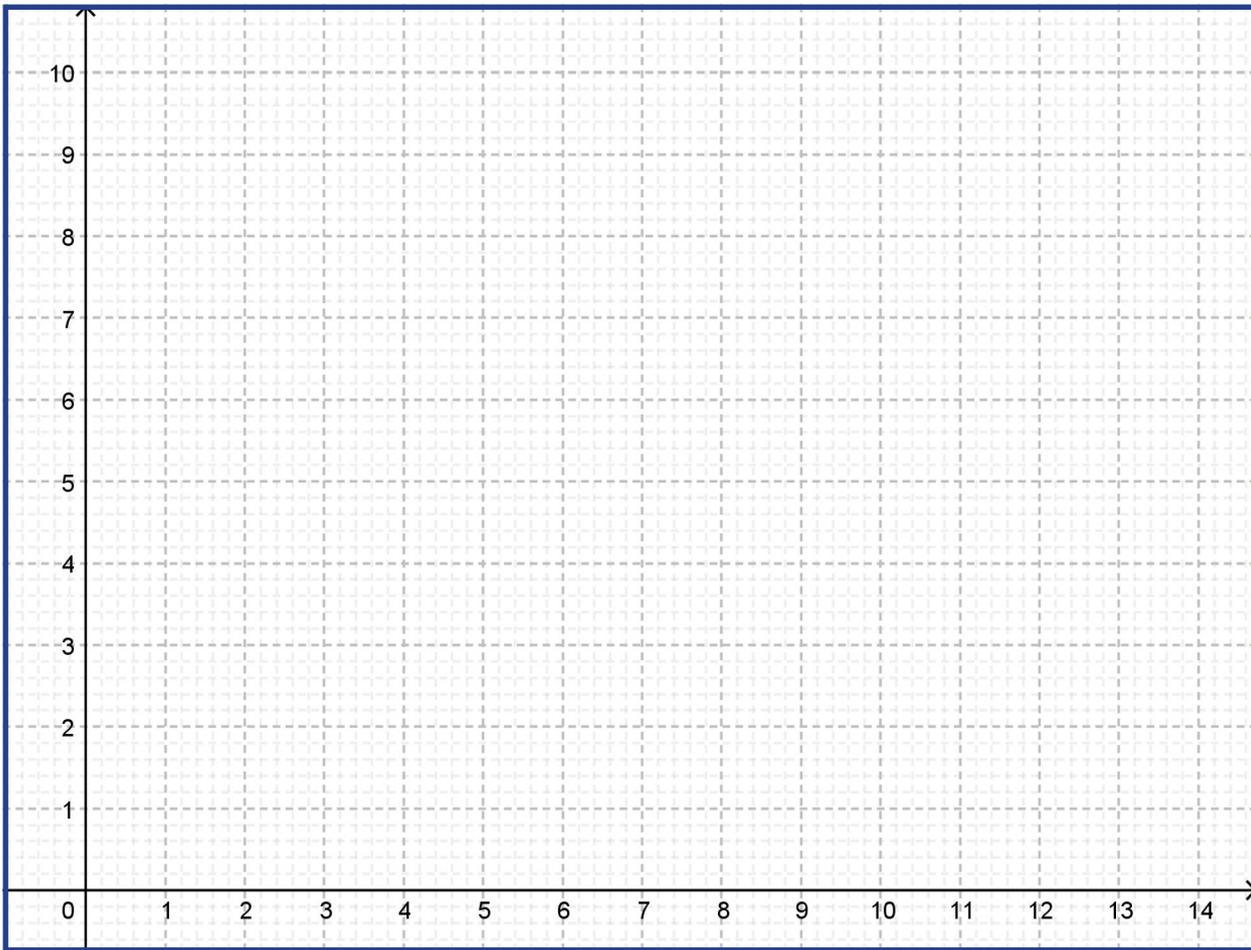


Sul blog Research in Action è possibile scaricare il file GeoGebra con il laboratorio già svolto: <http://researchinaction.it/wp-content/uploads/2019/06/08-Coefficiente-di-forma.zip>
 GeoGebra si può scaricare qui: <https://www.geogebra.org/>

Scegli un sistema di riferimento precisando quale informazione sarà riportata sull'asse delle ascisse e quale sull'asse delle ordinate e individua una scala opportuna per l'asse delle ascisse e per l'asse delle ordinate, tieni conto del fatto che il coefficiente di resistenza totale dipende praticamente solo dal numero di Reynolds quando questo è molto basso. Riporta i dati sul piano cartesiano che hai scelto.

Puoi usare il piano cartesiano che trovi nella pagina successiva.





Unisci punti successivi con un segmento in modo da ottenere una linea spezzata. Osserva i dati.

Appare chiaro che alcuni valori sperimentali sono viziati da errori di vario tipo, tali da inficiare la validità dell'approssimazione.

Per migliorare l'accuratezza del lavoro, elimina (non considerare nel seguito) i punti sperimentali corrispondenti a numeri di Reynolds troppo bassi o troppo alti, che rendono l'andamento della nostra spezzata evidentemente diverso da quello della funzione appena tracciata.

Con *troppo bassi* o *troppo alti*, in genere, si intende un valore, per il numero di Reynolds, minore di $5.5 \cdot 10^6$ o maggiore di $7 \cdot 10^6$, questo perchè il test il modello del test ha navigato in regime laminare e non turbolento.

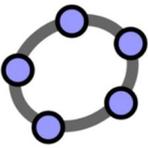
Una volta posti i dati ricavati sperimentalmente sul piano cartesiano, sei pronto per tracciare il grafico di C_{Tm} la cui espressione, a questi numeri di Reynolds, è:

$$C_{Tm}(Re_m) = (1 + k) \frac{0.075}{(\log_{10} Re_m - 2)^2}$$

Ricorda: stiamo cercando il valore del coefficiente di forma k per cui la funzione del coefficiente di resistenza totale del modello approssimi al meglio i nostri dati. In altre parole, meglio la funzione approssima i dati (si sovrappone ai punti sperimentali rappresentati sul piano cartesiano) migliore è il valore del coefficiente di forma che troveremo.

Un'applicazione di matematica dinamica come GeoGebra, in questo contesto, rende sicuramente più semplice il lavoro. In particolare, strumenti come gli slider permettono di modificare dinamicamente l'andamento del grafico di una curva osservando in tempo reale le modifiche. Sul blog Research in Action è possibile scaricare il file GeoGebra con il laboratorio già svolto: <http://researchinaction.it/wp-content/uploads/2019/06/08-Coefficiente-di-forma.zip> GeoGebra si può scaricare qui: <https://www.geogebra.org/>





La ricerca della migliore funzione rispetto ai dati è resa molto più semplice da alcune funzionalità di GeoGebra. Sul blog Research in Action è possibile scaricare il file GeoGebra con il laboratorio già svolto: <http://researchinaction.it/wp-content/uploads/2019/06/08-Coefficiente-di-forma.zip> GeoGebra si può scaricare qui: <https://www.geogebra.org/>

2.6. LA FUNZIONE APPROSSIMANTE

Traccia la curva C_{Tm} per diversi valori del parametro k , cercando di determinare il valore di questo parametro che corrisponde alla curva che meglio approssima i dati sperimentali.

Almeno in questa fase, la *bontà* dell'approssimazione è più un fatto di sensibilità, di osservazione del grafico e di valutazione, soggettiva, della *vicinanza* tra curva tracciata e valori sperimentali.

Operando in questo modo, scegli la funzione tracciata che, secondo te, meglio approssima i dati sperimentali.

Il coefficiente di forma che stiamo cercando corrisponde proprio al valore del parametro della curva che fornisce l'approssimazione più vantaggiosa!

2.7. STIMA DELL'ERRORE

Insieme all'analisi dei dati e ai risultati ottenuti è essenziale fornire una stima dell'errore compiuto nel calcolo. Sostanzialmente si tratta di chiedersi di quanto la funzione che approssima il coefficiente di resistenza totale C_{Tm} si discosta dalle nostre coordinate ottenute sperimentalmente. In questo caso particolare, una stima dell'errore ci permette in realtà di decidere in modo più efficace e preciso quale valore del parametro k fornisce l'approssimazione migliore.

Determina una stima dell'errore commesso approssimando i dati con la curva che secondo te rappresenta meglio l'andamento delle misure.

Tieni conto che un errore nell'ordine di 10^{-3} è davvero un buon risultato ma con un po' di pazienza si può raggiungere un risultato anche migliore! Puoi usare la tabella che trovi qui di seguito (dove non abbiamo riportato altri dati per lasciarti la possibilità di scegliere quali punti usare, puoi copiare i dati che ti servono, che hai deciso di usare, dalla **tabella che trovi a pagina 10**).

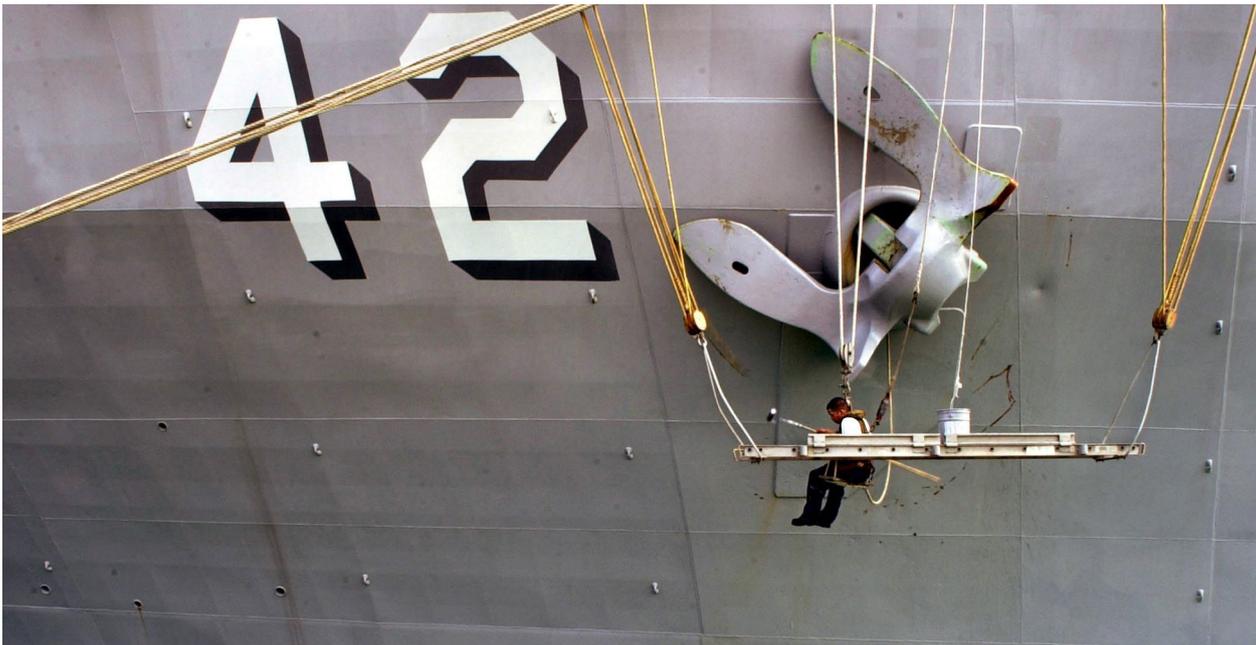
Ci sono alcuni modi diversi di stimare l'errore commesso sostituendo ai dati sperimentali una funzione approssimante, tutti validi, se però vuoi confrontare il tuo risultato con le soluzioni (**che trovi a pagina 17**) sappi che qui è stata usata la media degli scarti quadratici.

#	$Re (10^6)$	$C_{Tm} (10^3)$ $N s^2/kg m^3$	$C_T (10^3)$ $N s^2/kg m^3$	$[C_{Tm} - C_T(Re)]^2$ $[N s^2/kg m^3]^2$
---	-------------	-----------------------------------	--------------------------------	--



Il Toolbox:
<http://researchinaction.it/wp-content/uploads/2018/11/00-Toolbox.pdf>
suggerisce alcuni metodi per la stima dell'errore, vedi il calcolo dell'errore a pagina 5.





COEFFICIENTE DI FORMA

QUANTA POTENZA SERVE PER MUOVERE UNA NAVE?

Soluzioni

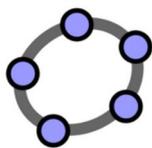
Coefficiente di forma - - Quanta potenza serve per muovere una nave?

3. Le grandezze in gioco

3.1. GRANDEZZE DIMENSIONALI

Completa la tabella seguente eseguendo l'analisi dimensionale delle grandezze che descrivono il moto del modello nel fluido.

Grandezza fisica	Simbolo		Definizione	Dimensioni
Velocità	v	$\frac{s}{t}$	rapporto tra spazio e tempo	$[l \cdot t^{-1}]$
Viscosità dinamica	μ	$\frac{F \cdot d}{S \cdot u}$	Rapporto tra il prodotto di forza e distanza e il prodotto di superficie e velocità	$[l^{-1} m t^{-1}]$
Densità	ρ	$\frac{m}{V}$	rapporto tra massa e volume di un corpo	$[m \cdot l^{-3}]$
Viscosità cinematica	ν	$\frac{F \cdot d}{S \cdot \rho}$	rapporto tra la viscosità dinamica di un fluido e la sua densità	$[l^2 \cdot t^{-1}]$



Sul blog Research in Action è possibile scaricare il file GeoGebra con il laboratorio già svolto: <http://researchinaction.it/wp-content/uploads/2019/06/08-Coefficiente-di-forma.zip>
GeoGebra si può scaricare qui: <https://www.geogebra.org/>

I risultati dell'analisi dimensionale dovrebbero essere tutti abbastanza chiari (abbiamo usato le notazioni consuete) a eccezione, forse, della viscosità dinamica che si ottiene in questo modo:

$$[\mu] = \left[\frac{f \cdot l}{l^2 \cdot t^{-1}} \right] = \left[\frac{ma}{l^2} t \right] = \left[\frac{m \cdot l t^{-2}}{l^2} t \right] = [l^{-1} m t^{-1}]$$

3.2. GRANDEZZE ADIMENSIONALI



Esegui l'analisi dimensionale delle grandezze definite di seguito e controlla che risultino effettivamente prive di dimensioni (di unità di misura) completando la tabella. Ricorda: la resistenza idrodinamica deve essere trattata come una forza.

Grandezza fisica	Simbolo		Definizione	Dimensioni
Numero di Reynolds	Re	$\frac{v \cdot L}{\nu}$	rapporto tra il prodotto di velocità e lunghezza bagnata e la diffusività cinematica	$\left[\frac{l^2 \cdot t^{-1}}{l^2 \cdot t^{-1}} \right] = [-]$
Numero di Froude	Fr	$\frac{v}{\sqrt{g \cdot L}}$	rapporto tra velocità e radice quadrata del prodotto di accelerazione di gravità e lunghezza bagnata	$\left[\frac{l \cdot t^{-1}}{l \cdot t^{-1}} \right] = [-]$
Coefficiente di resistenza	C_T	$\frac{R_T}{\frac{1}{2} \rho v^2 S}$	rapporto tra la resistenza idrodinamica totale e la metà del prodotto tra la densità del fluido, la velocità del corpo al quadrato e la superficie bagnata	$\left[\frac{m \cdot l \cdot t^{-2}}{m \cdot l \cdot t^{-2}} \right] = [-]$

3.3. I DATI

Per prima cosa, calcola il numero di Reynolds Re e il coefficiente di resistenza totale adimensionalizzato C_{Tm} completando la tabella che trovi qui sopra.

Ricordiamo che il numero di Reynolds si può calcolare mediante la formula:

$$\frac{v \cdot L}{\nu}$$

dove a numeratore appare il prodotto tra la velocità del modello nel corso della prova e la lunghezza dell'area bagnata, mentre a denominatore la viscosità cinematica. La velocità si trova nella seconda colonna della tabella mentre la lunghezza totale bagnata è pari a $L_m = 6.250m$ e la viscosità cinematica, per la temperatura a cui si è svolta la prova, è circa 999.5 kg/m^3 . Con queste informazioni possiamo completare **la tabella di pagina 10** (i risultati della quarta colonna - il numero di Reynolds - sono stati arrotondati alla terza cifra decimale per comodità di lettura).

#	v_m (velocità) m/s	R_{Tm} N	$Re (10^6)$	$C_{Tm} \times 10^3$ $\text{N s}^2/\text{kg m}^3$
1	0.909	16.34	4,600	3.988157124968670
2	1.000	20.92	5,061	4.219001256322580
3	1.046	23.27	5,294	4.289246333851390
4	1.091	25.48	5,521	4.317157539492590
5	1.091	25.36	5,521	4.296825557359980
6	1.137	27.39	5,754	4.272864072900450
7	1.182	29.41	5,982	4.245296678803610
8	1.228	31.62	6,215	4.228760668901960
9	1.273	33.81	6,442	4.207618325859000
10	1.319	36.09	6,675	4.183552905518100
11	1.364	39.40	6,903	4.270861183330140
12	1.364	39.23	6,903	4.252433609696480
13	1.390	41.36	7,034	4.317167550616420
14	1.410	42.49	7,136	4.310190648246800
15	1.455	45.76	7,363	4.359212132806710
16	1.455	45.97	7,363	4.379217258416180
17	1.455	45.97	7,363	4.379217258416180
18	1.490	48.39	7,540	4.395730516192310
19	1.546	56.39	7,824	4.758072880417330

La tabella è completa e ora abbiamo a disposizione tutti i dati necessari per passare alla determinazione del coefficiente di forma.



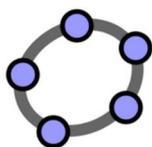
3.4. IL COEFFICIENTE DI FORMA

Scegli un sistema di riferimento precisando quale informazione sarà riportata sull'asse delle ascisse e quale sull'asse delle ordinate e individua una scala opportuna per l'asse delle ascisse e per l'asse delle ordinate, tieni conto del fatto che il coefficiente di resistenza totale dipende dal numero di Reynolds. Riporta i dati sul piano cartesiano che hai scelto.

Se tutto è andato come deve, dovresti aver scelto un sistema di riferimento con il numero di Reynolds sulle ascisse (con scala 10^6) e il coefficiente di resistenza totale C_{Tm} sulle ordinate (con scala 10^3). La rappresentazione dei dati è mostrata nella pagina successiva, nel grafico abbiamo anche

unito punti successivi con un segmento in modo da ottenere una *spezzata*.

Sullo stesso piano cartesiano abbiamo tracciato la curva che ci da la resistenza totale (teorica) per diversi valori del coefficiente k (il coefficiente di forma).



Sul blog Research in Action è possibile scaricare il file GeoGebra con il laboratorio già svolto: <http://researchinaction.it/wp-content/uploads/2019/06/08-Coefficiente-di-forma.zip> GeoGebra ha consentito di modificare interattivamente il valore del parametro osservando in tempo reale le modifiche sul grafico della curva e ri-calcolando la stima dell'errore in corrispondenza delle modifiche sul parametro consentendo di raggiungere un ottimo risultato con poca fatica. GeoGebra si può scaricare qui: <https://www.geogebra.org/>

Per migliorare l'accuratezza del lavoro, elimina (non considerare nel seguito) i punti sperimentali che rendono l'andamento della nostra spezzata evidentemente diverso da quello della funzione appena tracciata.

Come previsto, appare evidente, confrontando tra loro la spezzata che unisce i dati sperimentali e la curva teorica, che alcuni valori sono viziati da un errore significativo. Infatti i primi punti della serie, così come gli ultimi, si discostano in modo significativo dall'andamento teorico. Abbiamo quindi deciso di trascurare questi dati utilizzando solo i punti (e quindi i valori sperimentali della resistenza totale) che, nella tabella di pagin 15, sono contenuti nelle righe da 4 a 10.

Nella figura nella pagina seguente: in grigio i tutti i dati sperimentali (tratteggiata nello stesso colore la spezzata ottenuta unendo i punti corrispondenti), in rosso i dati sperimentali che abbiamo usato nella ricerca dell'approssimazione, in varie tonalità di azzurro la resistenza totale teoriva C_{Tm} per alcuni valori del parametro k (il corrispondente valore usato è riportato a sinistra nella figura).

3.5. LA FUNZIONE APPROSSIMANTE

Traccia la curva C_{Tm} per diversi valori del parametro k , cercando di determinare il valore di questo parametro che corrisponde alla curva che meglio approssima i dati sperimentali.

Almeno in questa fase, la *bontà* dell'approssimazione è più un fatto di sensibilità, di osservazione del grafico e di valutazione, soggettiva, della *vicinanza* tra curva tracciata e valori sperimentali.

Operando in questo modo, scegli la funzione tracciata che, secondo te, meglio approssima i dati sperimentali.

Il coefficiente di forma che stiamo cercando corrisponde al valore del parametro della curva il cui grafico approssima meglio i dati sperimentali! Abbiamo ricavato, dopo qualche tentativo, un coefficiente di forma pari a $k = 0.294$.



3.6. STIMA DELL'ERRORE

Insieme all'analisi dei dati e ai risultati ottenuti è essenziale fornire una stima dell'errore compiuto nel calcolo. Sostanzialmente si tratta di chiedersi di quanto la funzione che approssima il coefficiente di resistenza totale C_{Tm} si discosta dalle nostre coordinate ottenute sperimentalmente. In questo caso particolare, una stima dell'errore ci permette in realtà di decidere in modo più efficace e preciso quale valore del parametro k fornisce l'approssimazione migliore.

Determina una stima dell'errore commesso approssimando i dati con le curve che secondo te rappresentano meglio l'andamento delle misure.

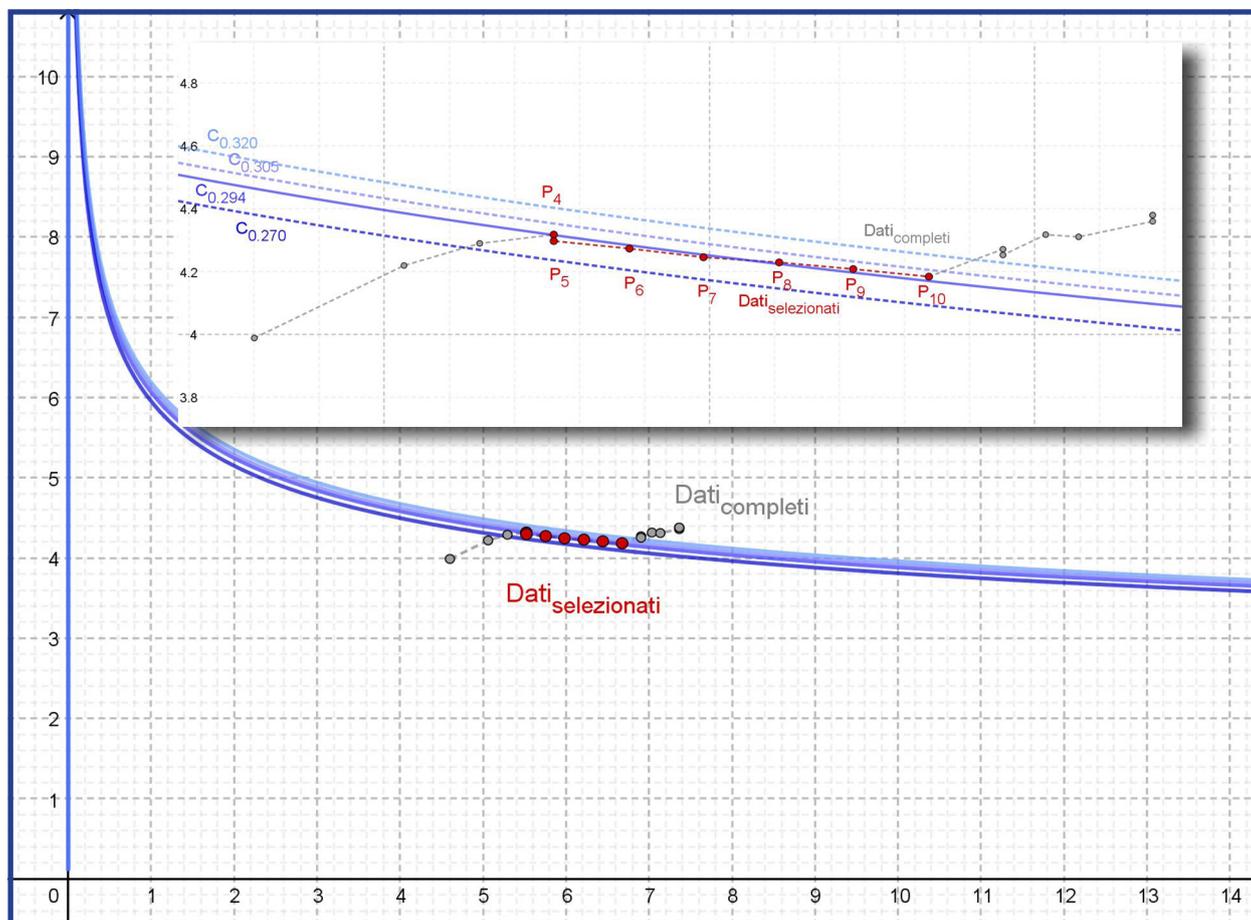
Riportiamo nella tabella che segue i dati sperimentali e i corrispondenti valori teorici calcolati per mezzo della funzione C_{Tm} . Ovviamente sono mostrati solo i punti che abbiamo considerato nel calcolo del coefficiente di forma.

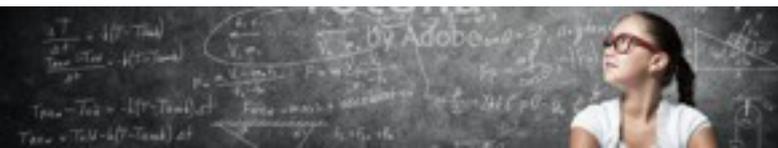


Il Toolbox:
<http://researchinaction.it/wp-content/uploads/2018/11/00-Toolbox.pdf>
 suggerisce alcuni metodi per la stima dell'errore, vedi il calcolo dell'errore a pagina 5.

#	$Re (10^6)$	$C_{Tm} \times 10^3$ $N s^2/kg m^3$	$C_r \times 10^3$ $N s^2/kg m^3$	$[C_{Tm} - C_r(Re)]^2$ $[N s^2/kg m^3]^2$
4	5,521	4,317157539492590	4.31584177832465	1.73122745212979E-6
5	5,521	4,296825557359980	4.31584177832465	0.000361616659776523
6	5,754	4,272864072900450	4.28337862842081	0.000110555877800241
7	5,982	4,245296678803610	4.25320064269575	0.0000624726452020487
8	6,215	4,228760668901960	4.22382703973605	0.0000243406967471374
9	6,442	4,207618325859000	4.19641563639570	0.000125500251211107
10	6,675	4,183552905518100	4.16963947756228	0.000193583477479043

Calcolando a questo punto la media degli scarti quadratici (che mostriamo nell'ultima colonna della tabella) otteniamo con un errore (scarto quadratico medio) di circa $e = 0.000126$, quindi nell'ordine di 10^{-4} : molto molto buono!







COEFFICIENTE DI FORMA

QUANTA POTENZA SERVE PER MUOVERE UNA NAVE?



 **CNR IAC**
Istituto per le Applicazioni del Calcolo

 **CNR IFN**
Istituto di Fotonica e Nanotecnologie



 **ISMAR**
Istituto di Scienze Marine

LSS G.B. GRASSI

LICEO SCIENTIFICO STATALE G.B. GRASSI DI LATINA

WWW.LICEOGRASSILATINA.ORG

CNR - IAC

ISTITUTO PER LE APPLICAZIONI DEL CALCOLO MAURO PICONE

WWW.IAC.CNR.ORG

CNR - IFN ROMA

ISTITUTO DI FOTONICA E NANOTECNOLOGIE

WWW.ROMA.IFN.CNR.ORG

CNR - INM

ISTITUTO DI INGEGNERIA DEL MARE

WWW.INSEAN.CNR.ORG

CNR - ISMAR

ISTITUTO DI SCIENZE MARINE

WWW.ISMAR.CNR.ORG