Distribuzione della ricchezza

Un mondo ingiusto: chi troppo chi niente!

RESEARCH IN ACTION - RIA

RESEARCHINACTION.IT

L'equa o iniqua distribuzione della ricchezza è oggi una delle questioni più rilevanti e dibattute. Ma cosa si sa, davvero, riguardo il suo sviluppo? La dinamica dell'accumulazione del capitale privato comporta inevitabilmente una concentrazione sempre più forte della ricchezza e del potere in poche mani? Oppure le dinamiche equilibratrici, della crescita, della concorrenza e del progresso tecnico determinano una riduzione spontanea delle disuguaglianze è un'armonica stabilizzazione dei beni?

Questo laboratorio prende spunto da Li-Boghosian-Li ***The Affine Wealth Model*****.**

17 Distribuzione della ricchezza - 0 22
Revisione 0 del 17.03.22

RiA - Research in Action

La parola ria in inglese significa estuario, in particolare (dalla definizione che ne da l'Oxford Living Dictonaries):

> A long, narrow inlet formed by the partial submergence of a river valley ... the rias or estuaries contain very peculiar ecosystems which often contain important amounts of fish ... (a causa della loro natura, le rias o estuari contengono ecosistemi molto particolari che spesso contengono grandi quantità di pesce - www.eurotomic.com/spain/the-rias-altas-in-spain.php)

quindi questo prodotto che sarà realizzato grazie all'attività di alternanza scuola-lavoro di alcuni studenti del liceo scientifico G.B.Grassi di Latina - **www.liceograssilatina.org** - sarà un luogo virtuale da esplorare dove *pescare* molto materiale per la didattica laboratoriale.

Fare scienza

La scienza non è solo identificabile con la formula, il modello, la teoria. In altre parole la scienza non rappresenta solo un corpo di conoscenze organizzate e formalizzate. La scienza è anche e fondamentalmente ricerca. Una ricerca volta a conoscere e a capire sempre più e sempre meglio come è fatto e come funziona questo nostro complicatissimo mondo.

Fare scienza si identifica con l'interrogarsi, con l'indagare ed esplorare fatti e cose. Questo tipo di lavoro i bambini lo fanno spontaneamente sin dalla loro nascita ma si perde nel corso del percorso scolastico. L'intervento educativo deve tener conto di ciò e fornire stimoli, occasioni e strumenti per far acquisire agli studenti capacità sempre più ampie e affinate per poter compiere questo lavoro di indagine mantenendo viva (o risvegliando) la curiosità cognitiva, la voglia di sapere e di scoprire, la fiducia di poter capire.

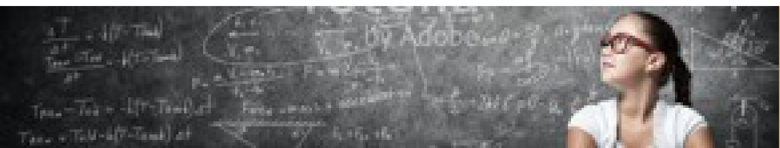
Pensare in senso creativo, in campo scientifico, significa aggredire i problemi, attivare processi vivi dei pensiero, alimentare l'evoluzione dinamica dell'intelligenza duttile, dell'esercizio dell'intuizione e dell'immaginazione, della capacità di progettare e formulare ipotesi, di controllare e verificare quanto prodotto e ricercato.

Per questo è necessario bandire forme di apprendimento consumate entro schemi rigidi di elaborazione del pensiero e puntare al recupero della congettura, dell'ipotesi, di una coscienza scientifica aperta a interrogare ogni problematica.

La società odierna deve far fronte ad un rinnovamento scientifico e tecnico accelerato in cui lo sviluppo delle conoscenze scientifiche e la creazione di prodotti di alta tecnologia *(hi-tech)*, come anche la loro diffusione subiscono un'accelerazione sempre più rapida.

È necessaria, quindi, una diffusione della conoscenza in genere ed è indispensabile promuovere una nuova cultura scientifica e tecnica basata sull'informazione e sulla conoscenza. E quanto più è solida la base di conoscenze scientifiche scolastiche, tanto più si può approfittare dell'informazione e della conoscenza scientifica e tecnica.

» https://www.facebook.com/Research-in-Action-341307966417448/
» https://www.youtube.com/channel/UC1PA7Zu78RUMBJnkaiOR8kA/



Sommario dei contenuti

Distribuzione della ricchezza - Chi troppo e chi niente!

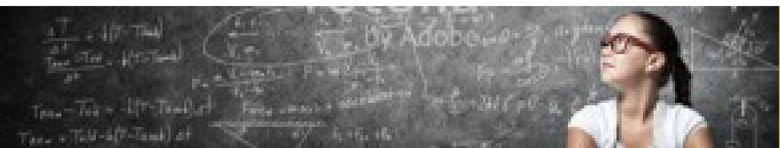
Sommario dei contenuti

Materiale disponibile per questo laboratorio:

- il fascicolo (in formato PDF di circa 10MB): **...**;
- ...

Per il materiale didattico a supporto del fascicolo visitare anche la pagina Download del sito dedicato al progetto: **http://researchinaction.it/download/**.

Per i videotutorial è possibile visitare il canale YouTube del progetto: **https://www.youtube.com/channel/UC1PA7Zu78RUMBJnkaiOR8kA**. In particolare, sul canale YouTube, sono presenti brevi videocorso introduttivi all'uso di xMaxima e di Blockly.



Distribuzione della ricchezza

Chi troppo e chi niente!

1. Un modello per le diseguaglianze

Questo laboratorio è stato sviluppato da Maria Rosa Assenza, Alessia Bernardini, Chiara Bertocchi, Filippo Busetto e Ginevra Palombo in collaborazione con il professor Donato Bini dell'Istituto di Applicazioni del Calcolo Mauro Picone di Roma (CNR-IAC), il progetto è stato coordinato dal professor Grassucci (Iss G.B. Grassi di Latina)..

La distribuzione della ricchezza è oggi uno dei problemi più preoccupanti e inquietanti del mondo moderno. Ma cosa si sa, davvero, riguardo questo fenomeno e sulla sua evoluzione?

La dinamica delle transazioni finanziarie comporta una concentrazione sempre più forte della ricchezza e del potere in poche mani? Oppure le dinamiche equilibratrici, della crescita, della concorrenza e del progresso tecnico portano a una riduzione spontanea delle disuguaglianze e un'armonica stabilizzazione dei beni?

Per rispondere a queste domande vogliamo analizzare diverse situazioni con il metodo per studiare una popolazione, suggerito da Vito Volterra:

> Per poter trattare la questione matematicamente conviene partire da ipotesi che, pure allontanandosi dalla realtà, ne diano un'immagine approssimata. Anche se la rappresentazione sarà, almeno in un primo momento, grossolana, pure, se essa sarà semplice, vi si potrà applicare il calcolo e verificare o quantitativamente o anche qualitativamente se i risultati che si ottengono corrispondono ai dati statistici e quindi saggiare la giustezza delle ipotesi di partenza e avere il terreno preparato per nuovi risultati. (Variazioni e fluttuazioni del numero di individui in specie animali conviventi, pubblicato nelle Memorie del R. Comitato talassografico italiano, Mem. CXXXI, 1927).

Variazioni e fluttuazioni del numero di individui in specie animali conviventi: https://fdocumenti.com/document/variazioni-e-fluttuazioni-del-numero-dindividui-in-specie-animali-.html

The affine wealth model (il modello affine della ricchezza) è un modello molto semplice di distribuzione della ricchezza sviluppato da Jie Li, Bruce M. Boghosian, e Chengli Li e riesce a simulare la distribuzione della ricchezza misurata in nazioni diverse in differenti periodi storici con una precisione senza precedenti.

Sorprendentemente, diversi modelli matematici delle economie di libero mercato mostrano analoghe caratteristiche dei sistemi fisici complessi macroscopici come i ferromagneti, comprese le transizioni di fase, la rottura della simmetria e la dualità (tratto da Boghosian, B. - *Misurare la diseguaglianza* - Le Scienze 618 Gennaio 2020). Boghosian e i suoi collaboratori sono fisici che lavorano alla Tuft University e hanno pensato di applicare modelli inizialmente progettati per lo studio dei fenomeni fisici allo studio dei sistemi economici.

Vorremmo qui proporre un laboratorio che ci aiuti a ragionare su queste domande - come si evolve la ricchezza in un sistema economico - e che ci permetta di esplorare questi argomenti, allo scopo di comprendere meglio la realtà che ci circonda.

1.1. Prerequisiti

Per questo laboratorio è necessario avere:

competenze basilari di algebra e di geometria analitica (conoscere l'equazione di una retta e comprendere le sue caratteristiche)

competenze nello stimare l'errore commesso nell'approssimazione di dati sperimentali (il Toolbox, 1. Il calcolo dell'errore, suggerisce alcuni metodi per la stima dell'imprecisione: http://researchinaction.it/wp-content/uploads/2019/01/00-Toolbox.pdf)

competenze di base nell'uso di un foglio di calcolo (meglio se fogli Google)

Obiettivi

Analizzare le disuguaglianze nella distribuzione della ricchezza di una popolazione, utilizzando un modello, per comprendere i meccanismi con cui si distribuisce il benessere.

2. Il modello affine

2.1. Agent Based Model

I modelli agent-based (ABM - Agent Based Model, modelli basati su agenti in italiano) sono modelli che permettono di simulare, mediante computer e sistemi di calcolo, l'interazione tra agenti autonomi (che possono essere individui, gruppi sociali, aziende o intere collettività). Gli ABM utilizzano metodi e concetti di elementi di teoria dei giochi, sistemi complessi, comportamento emergente, sociologia computazionale, sistemi multiagente.

2.2. Modello del Mercatino

Uno dei modelli più semplici per lo studio della ripartizione del reddito e dei beni è detto modello del mercatino ed è stato formalizzato da Anirban Chakraborty nel 2002 per studiare la distribuzione della ricchezza in un sistema economico in modo quasi quasi elementare. Il modello è basato su transazioni finanziarie che coinvolgono solo due agenti: uno di essi può aumentare la propria ricchezza di una determinata quantità Δw della ricchezza posseduta w, mentre l'altro vede diminuire la propria ricchezza della stessa quantità Δw. ChakrabortY parte dall'ipotesi che la ricchezza che passa di mano non può che essere una frazione della ricchezza della persona più povera (ipotesi semplificativa, come vedremo, visto che spessissimo gli agenti nella realtà hanno accesso al credito). Le simulazioni basate su questo modello basilare mostrano che, anche se il risultato di ogni transazione venisse deciso in modo del tutto casuale, questi passaggi di ricchezza, iterati molte volte, porterebbero inevitabilmente alla concentrazione della ricchezza nelle mani un ristretto numero di persone quindi a una situazione di estrema disuguaglianza (tratto da Boghosian, B. - Misurare la diseguaglianza - Le Scienze 618 Gennaio 2020).

2.3. Ora prova tu!

Vogliamo ora simulare il modello del mercatino su un gruppo di persone reali (che chiameremo agenti) nel modo più semplice possibile per iniziare a comprendere i meccanismi che regolano la distribuzione della ricchezza. Per questa simulazione è necessario un numero di agenti non inferiore a quattro quindi dovete essere almeno in quattro per un'efficace simulazione.

Ogni agente ha a disposizione la stessa ricchezza, quindi ciascuno di voi segna su un foglio, che sarà il proprio portafoglio finanziario, la quantità di ricchezza iniziale (sceglietela voi, se la ricchezza è la stessa per ogni agente questo numero non influenza la simulazione, per esempio 1000).

A questo punto partiamo con la simulazione! Ogni possibile coppia di agenti deve eseguire una transazione finanziaria (simulata) nel modo che suggeriamo qui di seguito … Ovviamente ogni agente deve interagire con ogni altro agente.

I due agenti scelgono casualmente (per esempio tirando un dado) la frazione di ricchezza del più povero che cambierà di mano.

Per esempio se Ginevra ha una ricchezza pari a 60 e Chiara 100 e si decide casualmente che la frazione è il 50%, questo 50% deve essere calcolato sulla ricchezza di Ginevra (la la più povera), quindi la porzione di ricchezza che cambierà di mano sarà pari a 30 (la metà di 60).

Successivamente scegliete casualmente chi ottiene un vantaggio dalla transazione: questo agente somma alla propria ricchezza la quantità decisa in precedenza, l'altro sottrae alla propria ricchezza la stessa quantità. Ogni agente segna sul proprio portafoglio finanziario le modifiche.

Per esempio se la transazione è a favore di Ginevra, la frazione di ricchezza di 30 che abbiamo deciso in precedenza viene sottratta a Chiara, che quindi ora ha un portafoglio finanziario di 70, e aggiunta a quella di Ginevra, che quindi al termine della transazione vede la propria ricchezza aumentare a 90.

Ripetete questo procedimento fino a quando ogni agente ha interagito con ogni altro agente.

A questo punto avete completato la simulazione e potete riportare le ricchezze finali dei singoli agenti nella seguente tabella riepilogativa (che potrebbe essere simile a questa che trovate qui di seguito - probabilmente, per avere un quadro più chiaro, potrebbe essere utile aggiornare questa tabella via via che la simulazione prosegue).

	Ricchezza iniziale	Transazioni										Ricchezza finale
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Agente 1												
Agente 2												
Agente 3												
Agente 4												
Agente 5												
Agente 6												

Osservando la ricchezza finale degli agenti qualcosa è immediatamente evidente? La ricchezza è distribuita equamente? Oppure si è venuta a creare una situazione di disuguaglianza?

Per rispondere a queste domande è necessario misurare la distribuzione della ricchezza che abbiamo ottenuto dopo questa semplice simulazione.

Uno degli strumenti per misurare le disuguaglianze di una distribuzione, forse il più semplice, che la matematica suggerisce è il coefficiente di Gini, un meccanismo che anche graficamente permette di stimare l'equità o la sperequazione del reddito di una collettività.

2.4. Una misura delle disuguaglianze - indice di Gini

Il coefficiente (indice) di Gini, il cui nome deriva dallo statistico italiano Corrado Gini, è una misura della diseguaglianza di una distribuzione, spesso usato come indice di concentrazione per misurare la distribuzione del reddito o anche della ricchezza. Corrado Gini all'inizio del XX secolo ampliò il fondamentale lavoro dell'economista statunitense Max O. Lorenz che si era occupato dello stesso problema.

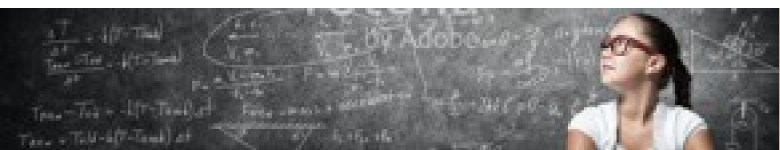
L'indice di Gini è un valore compreso tra 0 ed 1: valori vicini allo zero indicano una distribuzione abbastanza omogenea, con il valore zero che corrisponde alla perfetta equidistribuzione, la situazione in cui tutti gli agenti hanno esattamente lo stesso reddito; valori vicini a uno, al contrario, segnalano una distribuzione più diseguale, con il valore uno che corrisponde alla massima concentrazione, ovvero la situazione dove una persona possiede tutta la ricchezza mentre tutti gli altri non possiedono assolutamente nulla.

Il valore del coefficiente di Gini si può intuire graficamente osservando l'area compresa tra la curva di Lorenz, che si ottiene rappresentando la percentuale di persone ordinate secondo il loro reddito sull'asse orizzontale e la percentuale di ricchezza totale cumulata sull'asse verticale.

La foto in questa pagina è di Sri Harsha Gera su Pixabay https://pixabay.com/it/?utm_source=link-attribution&utm...

Vediamo il procedimento necessario a comprendere meglio come ottenere questo coefficiente.

Vogliamo calcolare l'indice di Gini della distribuzione della ricchezza di 5 persone che hanno la



ricchezza pari a 10,20,30, 40, 50.

Popolazione	Popolazione %	Ricchezza	Ricchezza cumulata	Ricchezza cumulata %
0	0	0	0	0
1				
2				
3				
4				
5				

Ecco le indicazioni per completare la tabella:

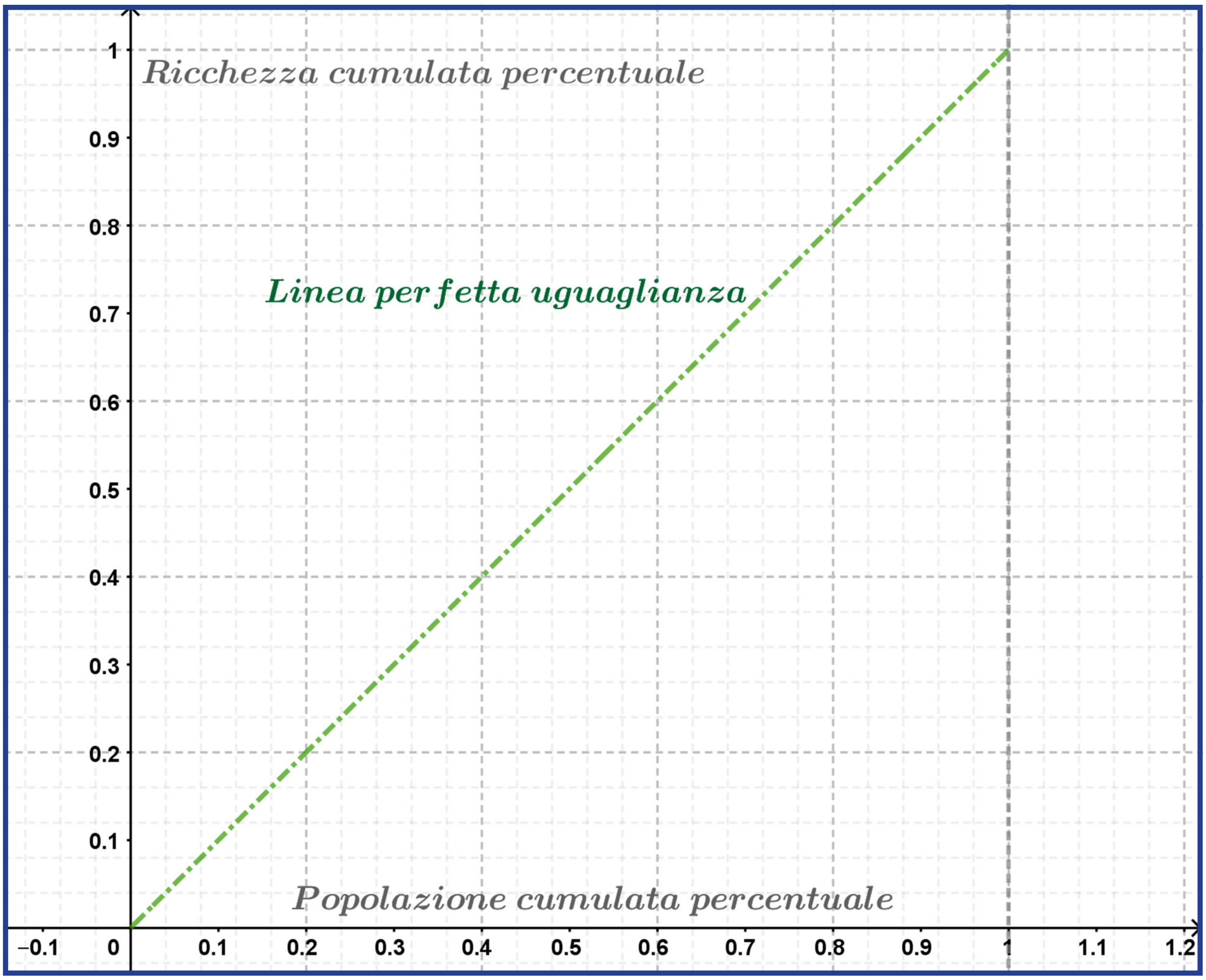
» Colonna *Ricchezza*: inserisci in ogni riga la ricchezza degli agenti in ordine crescente

» Colonna *Ricchezza cumulata*: calcola la ricchezza del primo agente, poi la somma della ricchezza dei primi due agenti, così via, fino ad avere nell'ultima riga la ricchezza complessiva di tutti gli agenti

» Colonna *Ricchezza percentuale cumulata*: inserisci la percentuale delle ricchezze cumulate appena scritte nella colonna precedente (la percentuale di ricchezza cumulata si ottiene, per ogni riga, dividendo la ricchezza cumulata che si trova sulla stessa riga per la ricchezza totale che si legge sull'ultima riga)

» Colonna *Popolazione percentuale*: inserisci la percentuale degli agenti (che si calcola dividendo il numero dell'agente per il numero totale degli agenti); il primo sarà $1/5$ del totale, il primo e il secondo insieme costituiranno i $2/5$ del totale, e così via ...

Rappresenta in un grafico i dati ottenuti, dove sulle ascisse x metti i dati della colonna *Popolazione %* e sulle ordinate y i dati della colonna *Ricchezza cumulata %* (puoi usare il grafico che trovi in questa stessa pagina)



GeoGebra si può scaricare qui: https://www.geogebra.org/.

» Calcola l'indice di Gini.

Il coefficiente di Gini è è pari al rapporto tra:

» l'area compresa tra la linea di perfetta uguaglianza (la bisettrice del quadrante - se tutti possiedono la stessa quantità di ricchezza e si mettono sul grafico le corrispondenti ricchezze cumulate si ottiene la bisettrice) e la curva di Lorenz
» l'area del triangolo che la linea di perfetta uguaglianza forma con gli assi (che è pari a un mezzo).

In altre parole il coefficiente di Gini si può calcolare facendo il doppio dell'area tra la curva di Lorenz e la retta di perfetta uguaglianza. Con qualche semplice passaggio algebrico, si può dimostrare che l'indice di Gini è pari a:

$$G = 1 - \sum_{1=0}^{n-1} (y_{i+1} + y_i)\Delta x_i$$

dove y_i è l'ordinata dell'i-esimo punto (quindi lo i-esimo valore della colonna Ricchezza cumulata %) mentre y_{i+1} è l'ordinata del punto successivo e Δx_i è la differenza tra le ascisse dei due punti i e $i+1$.

Più semplicemente è possibile usare un software CAS, come GeoGebra, per calcolare immediatamente l'area del poligono, chiamato, che è delimitato, come detto, dalla curva di Lorenz e la linea di perfetta uguaglianza. Per ricavare il coefficiente, il valore di Area_concentrazione va semplicemente moltiplicato per 2.

2.5. Indice di Gini

Vogliamo ora calcolare la distribuzione della ricchezza ottenuta nell'esperimento precedente simulando il modello del mercatino **(vedi il paragrafo 2.3 Ora prova tu a pagina 7)**.

Completa la tabella utilizzando i risultati della simulazione del modello del mercatino che avete realizzato in precedenza.

Notare la riga, aggiunta solo per finalità di calcolo, che rappresenta la ricchezza posseduta dallo zero percento degli agenti.

Popolazione	Popolazione %	Ricchezza	Ricchezza cumulata	Ricchezza cumulata %
0	0	0	0	0
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

Adesso utilizza questi dati per tracciare il grafico (puoi usare il piano cartesiano che trovi in questa pagina), come illustrato precedentemente.

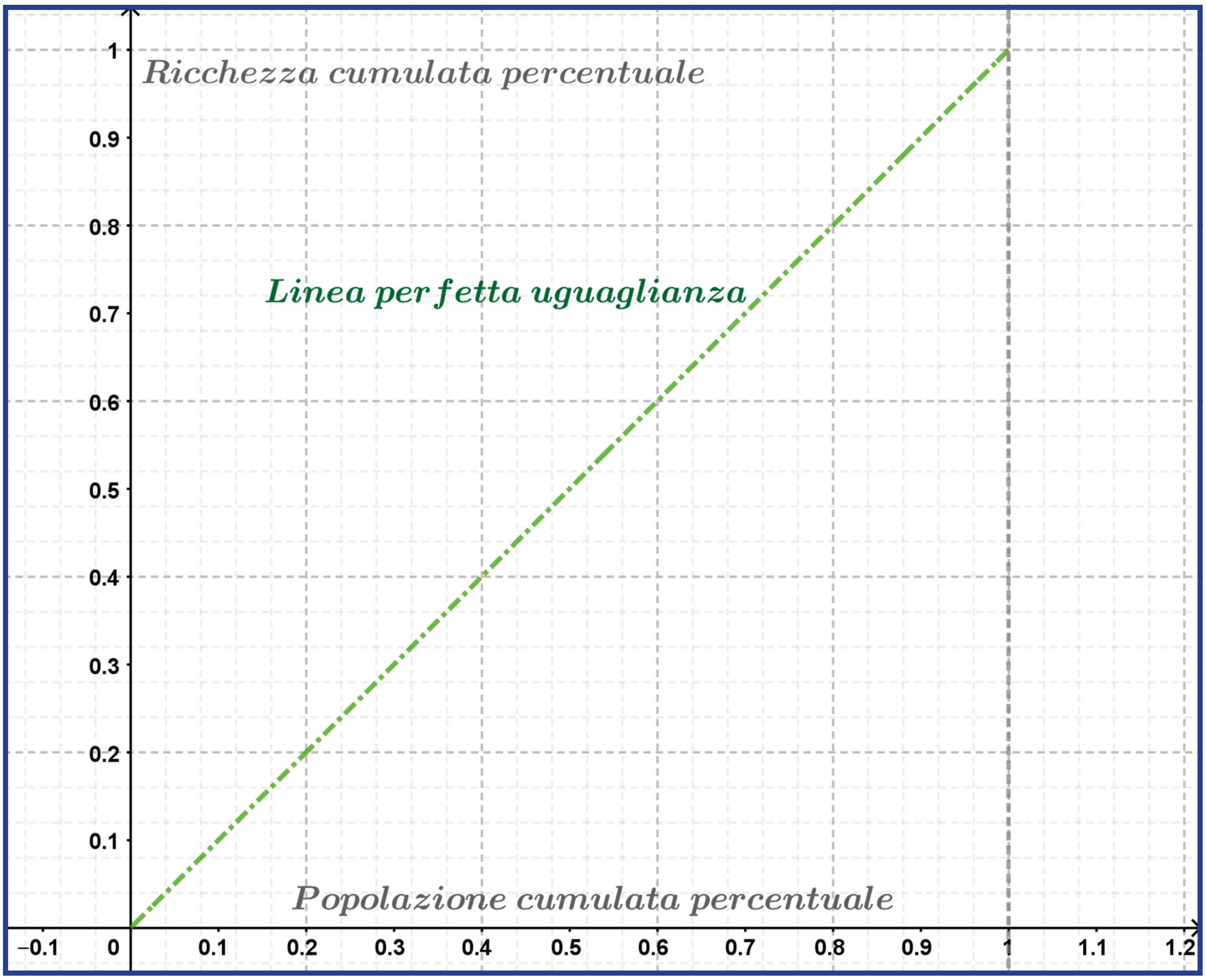
Si tratta di rappresentare sul piano cartesiano i punti che hanno per ascissa il valore della colonna *Popolazione %* e ordinata i valori della colonna *Ricchezza cumulata %*. Di nuovo, puoi usare il grafico che trovi in questa stessa pagina.

A questo punto calcola l'indice di Gini così come fatto nell'esempio precedente.

Parliamo dell'esempio che abbiamo affrontato nel paragrafo **2.4 Una misura delle diseguaglianze - indice di Gini a pag. 8**.

L'indice di Gini è alto? Che tipo di distribuzione abbiamo? È più o meno equa concentrata la distribuzione o la ricchezza si è concentrata nelle mani di pochi individui? A che conclusioni possiamo giungere?

A pagina ..., per comprendere al meglio l'indice di Gini e le sue applicazioni, vi proponiamo un'altro esercizio.



3. Usiamo il modello

The Affine Wealth Model (in italiano: *Il modello affine per la distribuzione della ricchezza*) è stato ideato da Jie Li, Bruce M. Boghosian, e Chengli Li ed è il modello che ci permette di studiare la distribuzione della ricchezza delle popolazioni di questo pianeta.

Il modello affine dipende da alcuni parametri che modificano il suo comportamento e il risultato della simulazione. Questi parametri sono:

» χ *(chi)* il coefficiente di redistribuzione, indica la frazione di ricchezza che passa dagli agenti più ricchi a quelli più poveri a ogni transazione per dare un sussidio agli agenti più poveri. Di fatto trasferiamo la ricchezza da chi è al di sopra della media a chi è al di sotto. Più questo coefficiente è elevato, più la ricchezza degli agenti sarà distribuita equamente. In pratica stiamo introducendo una sorta di *flat tax*.

» ζ *(zeta)*, coefficiente che introduce un vantaggio dell'agente più ricco. E' un parametro che regola l'interazione tra agenti favorendo quello con maggiore ricchezza. Nel modello la probabilità di far vincere l'agente più ricco è aumentata di una quantità proporzionale a zeta moltiplicata per la differenza di ricchezza divisa per la ricchezza media. Più grande è questo parametro più le transazioni sposteranno ricchezza verso gli agenti più ricchi. Nella realtà, infatti, la ricchezza permette un più facile accesso al credito, una maggiore disponibilità di liquidità nell'immediato, … tutti fattori favorevoli nelle transazioni finanziarie.

» κ *(kappa)*, Questo parametro introduce il debito, κ è la frazione di ricchezza media che può essere presa in prestito da un agente prima di una transazione. La ricchezza di un agente, quindi, potrebbe anche diventare negativa, uno degli aspetti più inquietanti dell'economia moderna. Empiricamente i valori di κ tendono ad essere molto bassi, anche se non c'è nulla che impedisce che κ sia maggiore di 1.

» γ *(gamma)*: fattore che regola il valore casuale calcolato quando si decide - per l'appunto casualmente - a favore di quale agente avviene la transazione. Questo parametro non è presente nel lavoro originale di Li, Boghosian, Li ma è stato introdotto nel nostro modello.

3.1. Il foglio di calcolo

Nel seguito utilizzeremo un foglio di calcolo Google (il cui link è presente all'inizio di questo fascicolo) con alcune funzioni progettate specificatamente per utilizzare il modello affine. Una breve descrizione delle funzioni è riportata nel seguito.

ModelloAffine

`ModelloAffine(popolazione; ricchezza totale; zeta; gamma; chi; kappa; scambi)`

dove:

» popolazione rappresenta il numero di agenti

» ricchezza totale la ricchezza di tutti gli agenti (il modello divide inizialmente questa ricchezza tra gli agenti in modo equo)
» zeta, chi e kappa sono i parametri di cui abbiamo parlato in precedenza (se si assegna un valore zero a ognuno di questi parametri la funzione simula il modello del mercatino)
» gamma un parametro relativo alla generazione di numeri casuali che sarà ignorato in questo fascicolo
» scambi il numero di transazioni finanziarie tra agenti

La funzione restituisce il coefficiente di Gini della distribuzione della ricchezza che si ottiene con i valori specificati simulando le transazioni richieste secondo i dettami del modello affine.

ModelloAffineRipartizione

```
ModelloAffineRipartizione(popolazione; ricchezza; zeta; gamma; chi; kappa;
                          scambi; gruppi)
```

dove tutti i parametri hanno il significato visto prima ma che aggiunge il parametro gruppi che rappresenta il numero di sottoinsiemi in cui viene divisa la popolazione e fornisce la ricchezza di questi gruppi, come di consueto ordinati per ricchezza crescente. Può essere utilizzata per una rappresentazione più leggibile della ricchezza di una popolazione molto grande.

Nella tabella che segue potete leggere l'indice di Gini della distribuzione della ricchezza in alcuni paesi tra il 2015 e il 2017:

	2015		2016		2017	
Paese	Popolazione in milioni 10^6	Indice di Gini	Popolazione in milioni 10^6	Indice di Gini	Popolazione in milioni 10^6	Indice di Gini
Italia	60.80	0.333	60.67	0.327	60.59	0.334
Germania	81.2	0.293	82.18	0.294	82.52	0.289
Grecia	10.68	0.340	10.78	0.333	10.43	0.319
Regno Unito	64.85	0,360	65,38	0.351	65.84	0.357
Slovacchia	5.40	0.250	5.40	0.241	5.40	0.220
Spagna	46.45	0.344	46.44	0.341	46.53	0.333
USA	320.70	0.390	323.10	0.391	325.00	0.485

3.2. Un primo esperimento

Scegli un caso particolare (un paese di tua scelta in uno specifico anno). Usa il foglio elettronico e modifica i parametri cercando di ottenere un valore per il coefficiente di Gini simile alla situazione reale che hai scelto di analizzare.

Ricorda che l'indice aumenta se per valori di *zeta* (il vantaggio della ricchezza) via via più grandi o se si scelgono valori più alti per *kappa* (la misura dell'indebitamento) ma diminuisce, ovviamente, se si favorisce la redistribuzione con valori di *chi* (frazione della ricchezza redistribuita) maggiori.

Quando hai raggiunto un valore simile a quello desiderato, ripeti la simulazione più volte senza modificare il valore dei parametri e osserva i risultati (il coefficiente che deriva dalla simulazione). Cosa si può notare?

Il Toolbox: http://researchinaction.it/wp-content/uploads/2018/11/00-Toolbox.pdf fornisce alcuni metodi per il calcolo dell'errore (cfr. 1. Il calcolo dell'errore a pagina 5).

Il modello affine è fortemente casuale e il risultato può cambiare da una simulazione all'altra pur mantenendo gli stessi parametri. Potrebbe essere necessario aumentare il numero degli scambi: pochi scambi rispetto al numero degli agenti aumentano l'incidenza del caso sul risultato.

Sei riuscito a stabilizzare la situazione? Hai un certo numero di simulazioni (con gli stessi parametri) che calcolano risultati simili alla realtà? Il processo che hai seguito ti ha consentito di validare il modello per la situazione in esame, si tratta ora di misurare la precisione dei risultati ottenuti.

Il Toolbox suggerisce alcuni metodi per calcolare l'errore di una serie di dati. Per il nostro esperimento potremmo pensare di usare la somma degli scarti quadratici.

Dai una stima dell'errore fatto utilizzando il modello per simulare una situazione reale.

Un errore nell'ordine di 10^{-4} è un ottimo risultato: il modello, a quanto pare, è in grado di ricostruire in modo molto preciso una situazione reale.

3.3. Riproviamo con una situazione diversa

Ora ripetiamo il processo scegliendo un altro paese. Sarebbe interessante analizzare una situazione differente, avremmo una comprensione più completa del modello.

Scegli un paese diverso. Fai in modo che l'indice di Gini reale non sia simile al precedente.

Se hai analizzato una situazione con una distribuzione della ricchezza equa scegline ora una in cui le diseguaglianze sono più evidenti o viceversa.

Ripeti il procedimento di validazione modificando i parametri fino a ottenere una distribuzione simile a quella reale che hai preso in esame.

Stiamo di nuovo procedendo alla validazione del modello.

Ora calcola una nuova stima dell'errore.

Abbiamo provato sul campo, di nuovo, il modello affine. Se hai ottenuto un errore nell'ordine di 10^{-4} la simulazione ricalca in modo eccellente la realtà.

Analisi dei risultati delle simulazioni

È il momento di un'analisi dei risultati che abbiamo ottenuto. Attenzione: un'analisi puramente razionale, quasi meccanica, senza implicazioni etiche o sociali. Ci sarà spazio più avanti per le tue conclusioni.

Osserva le due simulazioni, ricreano due situazioni reali che portano una distribuzione della ricchezza molto diversa (se hai seguito il suggerimento di scegliere paesi con indici di Gini molto diversi).

Come hai dovuto impostare i valori dei parametri per ottenere i valori reali? Quale o quali parametri favoriscono la diseguaglianza? Come è possibile intervenire per ridurre le differenze in una popolazione?

Se il modello, per quanto semplificato, funziona - e con *funziona* intendiamo che è in grado di replicare una situazione reale, la scelta dei parametri indica comportamenti reali o realistici che, per scelta oppure no, portano a determinati risultati.

3.4. Conclusioni

Ora cerca di riflettere sui risultati ottenuti.

La dinamica delle transazioni finanziarie comporta una concentrazione sempre più forte della ricchezza e del potere in poche mani? Oppure le dinamiche equilibratrici, della crescita, della concorrenza e del progresso tecnico portano a una riduzione spontanea delle disuguaglianze e un'armonica stabilizzazione dei beni?

Potrebbe essere utile osservare idati e risultati uno accanto all'altro. Per confrontare le due situazioni analizzate riporta i valori dei parametri e i risultati uno accanto all'altro.

Foto di jplenio da Pixabay

4. Un modello per le diseguaglianze

Ora cerchiamo di confrontare i risultati ottenuti. Ricordate che il modello e le simulazioni sono intrinsecamente casuali e quindi i risultati ottenuti da voi sicuramente non corrisponderanno mai a quelli che presentiamo in questa proposta di soluzione. Dovrebbero, però, coincidere le tendenze, le analisi, i significati.

Ogni agente ha a disposizione la stessa ricchezza, quindi ciascuno di voi segna su un foglio, che sarà il proprio portafoglio finanziario, la quantità di ricchezza iniziale (sceglietela voi, se la ricchezza è la stessa per ogni agente questo numero non influenza la simulazione, per esempio 1000).

Abbiamo simulato il modello del mercatino in cinque: Ginevra, Chiara, Mary, Filippo e Alessia. Ogni *agente* inizialmente aveva una ricchezza pari a 1000.

I due agenti scelgono casualmente (per esempio tirando un dado) la frazione di ricchezza del più povero che cambierà di mano. Ripetete questo procedimento fino a quando ogni agente ha interagito con ogni altro agente.

Nella nostra simulazione ogni agente ha eseguito dieci transazioni con un altro agente scelto in modo casuale ma abbiamo controllato che interagisse almeno una volta con ogni altro attore della simulazione. Nella tabella qui di seguito sono riportati i risultati della simulazione.

	Ricchezza iniziale	Transazioni										Ricchezza finale
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Ginevra	1000	1340	770	485	204	204	204	204	204	204	204	204
Mary	1000	660	660	660	660	1109	421	404	404	404	404	404
Chiara	1000	1000	1570	1570	1570	1121	1121	1121	1377	2363	2363	2363
Filippo	1000	1000	1000	1285	1285	1285	1973	1973	1717	1717	1665	1665
Alessia	1000	1000	1000	1000	1281	1281	1281	1298	1298	312	364	364

Osservando la ricchezza finale degli agenti qualcosa è immediatamente evidente? La ricchezza è distribuita equamente? Oppure si è venuta a creare una situazione di diseguaglianza?

Appare evidente, al termine della simulazione, che poco meno della metà del totale della ricchezza si trova nelle mani dell'agente 3 (Chiara), mentre l'agente 1 (Ginevra) ha perso circa l'80% della sua ricchezza iniziale.

4.1. Indice di Gini

Vogliamo ora misurare la distribuzione della ricchezza ottenuta simulando il modello del mercatino. Uno degli strumenti è l'indice di Gini di cui abbiamo parlato.

Completa la tabella utilizzando i risultati della simulazione del modello del mercatino che avete realizzato in precedenza.

Notare la riga, aggiunta solo per finalità di calcolo, che rappresenta la ricchezza posseduta dallo zero percento degli agenti. Le due colonne in colore rosso contengono i valori che andranno rappresentati sul grafico e che serviranno per caloclare l'indice di Gini.

La colonna *Ricchezza cumulata* è stata ottenuta inserendo in ogni riga la somma della ricchezza dell'agente corrispondente alla riga con la ricchezza degli agenti che si trovano nelle righe precedenti. Per esempio, nella terza riga il 568 è la somma della ricchezza dell'agente numero 2 (364), i cui dati sono proprio nella terza riga, con la ricchezza del primo agente (204). Mentre la ricchezza del quarto agente (riga n. 5) è la somma di 1665 (la sua ricchezza) e di 972 (la ricchezza degli agenti da 1 a 3).

Popolazione	Popolazione %	Ricchezza	Ricchezza cumulata	Ricchezza cumulata %
0	0.0	0	0	0
1	0.2	204	204	0.04
2	0.4	364	568	0.11
3	0.6	404	972	0.19
4	0.8	1665	2637	0.53
5	1.0	2363	5000	1

Adesso utilizza questi dati per tracciare il grafico (puoi usare il piano cartesiano che trovi in questa pagina), come illustrato precedentemente.

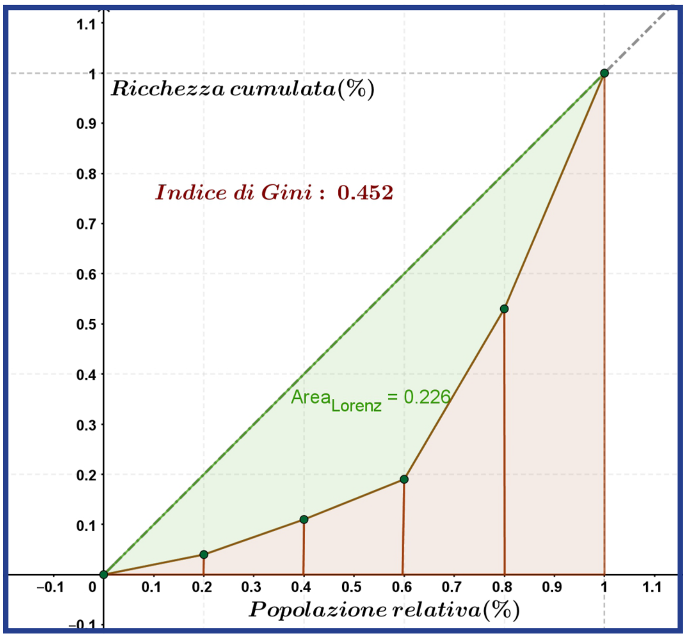
Si tratta di rappresentare sul piano cartesiano i punti che hanno per ascissa il valore della colonna *Popolazione %* e ordinata i valori della colonna *Ricchezza cumulata %*. Il risultato della rappresentazione è mostrato in questa stessa pagina. Già a un primo sguardo si capisce che la distribuzione della ricchezza è tutt'altro che equa visto quando la curva di Lorenz, ottenuta connettendo i dati della tabella, si discosta dalla bisettrice del primo quadrante (che rappresenta la distribuzione perfettamente equa).

A questo punto calcola l'indice di Gini così come fatto nell'esempio precedente.

Nella figura è evidenziata in verde l'area di Lorenz che nel nostro caso vale 0.226 e quindi l'indice di Gini è 0.452 visto che è il doppio di quest'area. Sono invece evidenziati in rosso chiaro i parallelogrammi sottesi alla curva di Lorenz che forniscono un metoso alternativo per calcolare il coefficiente cercato.

Un valore di 0.452 è piuttosto alto ed è bene notare che è stato ottenuto con pochissime transazioni. Proseguendo nella simulazione, aumentando il numero delle transazioni, la curva di Lorenz si sarebbe *piegata* sempre di più verso il basso accrescendo l'area di colore verde e aumentando il valore dell'indice di Gini.

Un valore dell'indice elevato, indica una distribuzione iniqua della ricchezza. Questo significa gli scambi casuali, che sono alla base del modello, conducono inevitabilmente a una situazione in cui la ricchezza si accumula in poche, pochissime mani mentre la maggioranza si divide quel poco che resta.



5. Usiamo il modello

Appare evidente da questa semplice simulazione che il modello del mercatino non riesce a rappresentare una situazione. Possiamo fare di meglio utilizzando un modello più raffinato come il *modello affine*.

5.1. Un primo esperimento

Scegli un caso particolare (un paese di tua scelta in uno specifico anno). Usa il foglio elettronico e modifica i parametri cercando di ottenere un valore per il coefficiente di Gini simile alla situazione reale che hai scelto di analizzare.

Per il nostro primo esperimento abbiamo scelto di ricreare la distribuzione della ricchezza della Spagna del 2015 il cui indice di Gini reale è pari a *0.320*. Abbiamo modificato i valori dei parametri, inizialmente un po' a caso, cercando di avvicinare il risultato della simulazione, del valore calcolato utilizzando il foglio elettronico, a quello reale. Un buon risultato lo abbiamo ottenuto con $\chi = 0.095$, $\zeta = 0{,}301$, $\kappa = 0.010$: l'indice si aggirava intorno a un valore di *0.320*, poco più poco meno.

Ricordate che perchè il modello funzioni correttamente il numero degli scambi deve essere molto, molto, superiore al numero degli agenti, nella nostra simulazione la transazioni erano mille volte di più rispetto alla popolazione. In caso contrario alcuni agenti potrebbero avere pochi scambi e quindi la loro ricchezza non coambierebbe in modo significativo inficiando il modello.

Quando hai raggiunto un valore simile a quello desiderato, ripeti la simulazione più volte senza modificare il valore dei parametri e osserva i risultati (il coefficiente che deriva dalla simulazione). Cosa si può notare?

A questo punto abbiamo ripetuto la simulazione, con gli stessi parametri, per dieci volte ottenendo i risultati che mostriamo nella tabella che segue. Nella prima colonna i valori ottenuti ripetendo la simulazione con gli stessi parametri, quelli indicati sopra. L'ultima riga riporta la media dei coefficienti delle dieci simulazioni: esattamente l'indice reale della Spagna nel 2015.

Davvero un buon risultato! Il modello affine, così come lo abbiamo ricostruito, è capace di ricostruire quasi perfettamente una situazione reale. È sicuramente un buon modello, dove con buon modello intendiamo una struttura, un procedimento astratto che permette di ricostruire e simulare un pezzetto di realtà con risultati chiari e misurabili ma, questo è importante, a costo di trascurare alcuni aspetti della realtà in esame, secondo noi (e secondo gli autori del modello) non essenziali.

Indice di Gini G	Errore quadratico
0,321	0,00000022
0,320	0,00000006
0,319	0,00000110
0,321	0,00000020
0,321	0,00000014
0,320	0,00000005
0,320	0,00000000
0,320	0,00000039
0,319	0,00000128
0,320	0,00000015
0.320	0.00000004

Sei riuscito a stabilizzare la situazione? Hai un certo numero di simulazioni (con gli stessi parametri) che calcolano risultati simili alla realtà? Il processo che hai seguito ti ha consentito di validare il modello per la situazione in esame, si tratta ora di misurare la precisione dei risultati ottenuti. Dai una stima dell'errore fatto utilizzando il modello per simulare una situazione reale.

Ripetendo la simulazione più volte, possiamo notare che ogni l'indice di Gini varia poco o pochissimo. Nonostante, quindi, il modello sia completamente casuale, è evidente che dopo un determinato numero di ripetizioni, di simulazioni, la situazione si stabilizza e, sostanzialmente, presenta un cambiamento che è quasi trascurabile rispetto ai numeri con cui stiamo trattando.

Nella seconda colonna della tabella sono stati calcolati gli scarti quadratici e nell'ultima riga, in colore rosso, è riportata la media degli scarti quadratici: la simulazione ottiene il valore reale con un errore dell'ordine di 10^{-8}. Una precisione straordinaria!.

Notazione a margine, un coefficiente di 0.320 indica una distribuzione della ricchezza abbastanza equa o almeno non del tutto ingiusta.

5.2. Riproviamo con una situazione diversa

Scegli un paese diverso. Fai in modo che l'indice di Gini reale non sia simile al precedente.

Per il nostro secondo esperimento, seguendo il suggerimento di questo fascicolo, abbiamo scelto di simulare la distribuzione della ricchezza negli Stati Uniti nel 2017 il cui indice di Gini è pari a 0.485.

Ripeti il procedimento di validazione modificando i parametri fino a ottenere una distribuzione simile a quella reale che hai preso in esame.

Procedendo come prima per approssimazioni empiriche successive, siamo arrivati a una simulazione molto accurata con i valori $\chi = 0.015$, $\zeta = 0,547$, $\kappa = 0.010$ per i parametri del modello. La tabella che segue riporta i risultati ottenuti ripetendola per dieci volte con i valori indicati.

Indice di Gini G	Errore quadratico
0,485	0,00000000
0,486	0,00000029
0,486	0,00000110
0,484	0,00000051
0,484	0,00000078
0,483	0,00000300
0,484	0,00000045
0,483	0,00000227
0,484	0,00000165
0,485	0,00000000
0.485	0.00000010

Ora calcola una nuova stima dell'errore.

Di nuovo abbiamo calcolato gli scarti quadratici, che sono nella seconda colonna della tabella. Come in precedenza l'ultima riga riporta, in rosso, il coefficiente ottenuto come media delle dieci simulazioni e la media degli scarti quadratici che, pur essendo peggiore dell'esperimento precedente è pur sempre un valore eccezionale, nell'oridne di 10^{-7}. Anche in questo caso la simulazione ricalca in modo eccellente la realtà.

Come hai dovuto impostare i valori dei parametri per ottenere i valori reali? Quale o quali parametri favoriscono la diseguaglianza? Come è possibile intervenire per ridurre le differenze in una popolazione?

Per osservare meglio le differenze riportiamo nella tabella seguente i valori dei parametri e i risultati ottenuti nei due esperimenti. Ricordiamo che χ misura la frazione della ricchezza redistribuita, una sorta di tassa patrimoniale che ha lo scopo proprio di contrastare l'accumulo di beni in poche mani, ζ al contrario, stima il vantaggio che ha l'individuo più ricco in una transazione mentre κ valuta l'accesso al credito.

χ	ζ	κ	G	Errore
0.095	0.301	0.010	0.320	10^{-8}
0.015	0.547	0.010	0.485	10^{-7}

Le due situazioni esaminate sono, dal punto di vista della distribuzione della ricchezza, una l'opposto dell'altra: abbastanza equa per la Spagna nel 2015, piuttosto diseguale per gli Stati Uniti nel 2017.

Per ricostruire con la nostra simulazione la situazione di maggiore equaglianza abbiamo dovuto tenere *basso* il vantaggio che deriva dalla ricchezza (parametro ζ) ma anche scegliere di tassare le transazioni per stimolare la redistribuzione. Generalizzando, questa strategia sembra l'unica o la più efficace per ridurre le diseguaglianze.

5.3. Conclusioni

La dinamica delle transazioni finanziarie comporta una concentrazione sempre più forte della ricchezza e del potere in poche mani? Oppure le dinamiche equilibratrici, della crescita, della concorrenza e del progresso tecnico portano a una riduzione spontanea delle disuguaglianze e un'armonica stabilizzazione dei beni?

Ora analizziamo la distribuzione della ricchezza a livello mondiale, così da comprendere come il modello possa rappresentare la realtà dei fatti.

L'America, spesso vista come terra delle opportunità, in realtà presenta una grande disparità economica, infatti il coefficiente di Gini dal 2015 è aumentato sempre di più arrivando nel 2019 a 0.434. L'America presenta il coefficiente più alto tra i Paesi del G7, seguito da Gran Bretagna 0.392 e Italia 0.373.

In particolare dopo l'avvento del coronavirus, mentre i fondatori, amministratori e dirigenti delle grandi multinazionali dell'informazione e dell'informatica (Bill Gates, Mark Zuckerberg, Elon Musk e Jeff Bezos) si arricchivano sempre più, il resto della popolazione vedeva erose le fonti del proprio reddito. L'aumento considerevole dei patrimoni dei più ricchi ha coinciso con il record disoccupati negli USA: 33 milioni, come riportato da CNN e USA Today. In poche parole, i più ricchi accumulavano ancora più denaro mentre il resto della popolazione perdeva il lavoro e con esso anche i propri risparmi. (Tratto da Mattia Sisti - *L'America terra delle opportunità? Non secondo il coefficiente di Gini , e la pandemia ha peggiorato le cose* -28.08.2020)

Questo fenomeno è globale. Dappertutto, infatti, la ricchezza resta fortemente concentrata nelle mani di poche persone. Basti pensare che a metà 2019 l'1% più ricco del mondo, sotto il profilo patrimoniale, deteneva più del doppio della ricchezza netta posseduta da 6,9 miliardi di persone.

Per questo motivo si stima che entro il 2030, avranno bisogno di assistenza 2,3 miliardi di persone, ovvero 200 milioni in più rispetto al 2015. È tanto opportuno quanto urgente che i governi prendano misure mirate, tramite politiche fiscali e di spesa pubblica, volte a combattere le disuguaglianze e la povertà.

In Italia, il patrimonio del 10% più ricco possiede oltre 6 volte la ricchezza del patrimonio del 50% più povero. Dato ancora più sconcertante è che in Italia i ricchi sono soprattutto figli dei ricchi e i poveri figli dei poveri: condizioni socioeconomiche che si tramandano di generazione in generazione. Un terzo dei figli di genitori più poveri, è destinato a rimanere al piano più basso (quello in cui si colloca il 20% più povero della popolazione), mentre il 58% di quelli i cui genitori appartengono al 40% più ricco, manterrebbe una posizione elevata.

I giovani italiani che ambiscono a un lavoro di qualità devono fare oggi i conti con un mercato profondamente diseguale, caratterizzato dall'aumento della precarietà lavorativa e dalla vulnerabilità dei lavori più stabili. Solo politiche mirate a combattere le disparità potranno correggere il divario enorme che c'è tra ricchi e poveri. Tuttavia, solo pochissimi governi sembrano avere l'intenzione di affrontare il tema. (Tratto da redazione - *Davos 2020: la terra delle disuguaglianze* - 20.01.20)

Foto di press da Pixabay

6. Esercizi

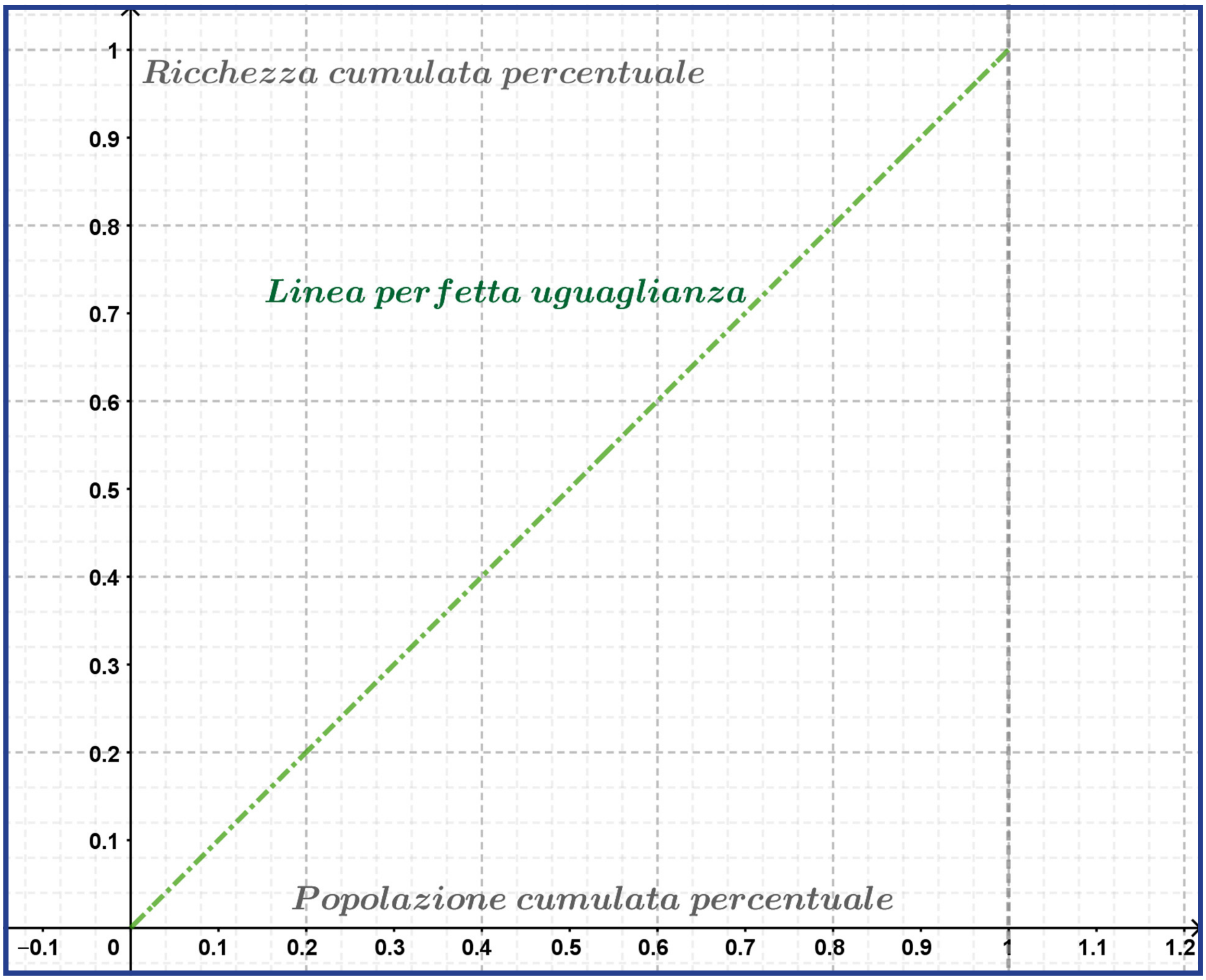
L'indice di Gini può essere utilizzato anche per analizzare fenomeni diversi da quello della distribuzione della ricchezza, in generale torna utile ogni volta che si deve misurare come una certa grandezza sia distribuita rispetto a una popolazione. Per esempio può essere utilizzato per misurare la disuguaglianza nella distribuzione dei voti o per valutare la competitività di squadre o atleti analizzando la distribuzione dei punteggi in una classifica.

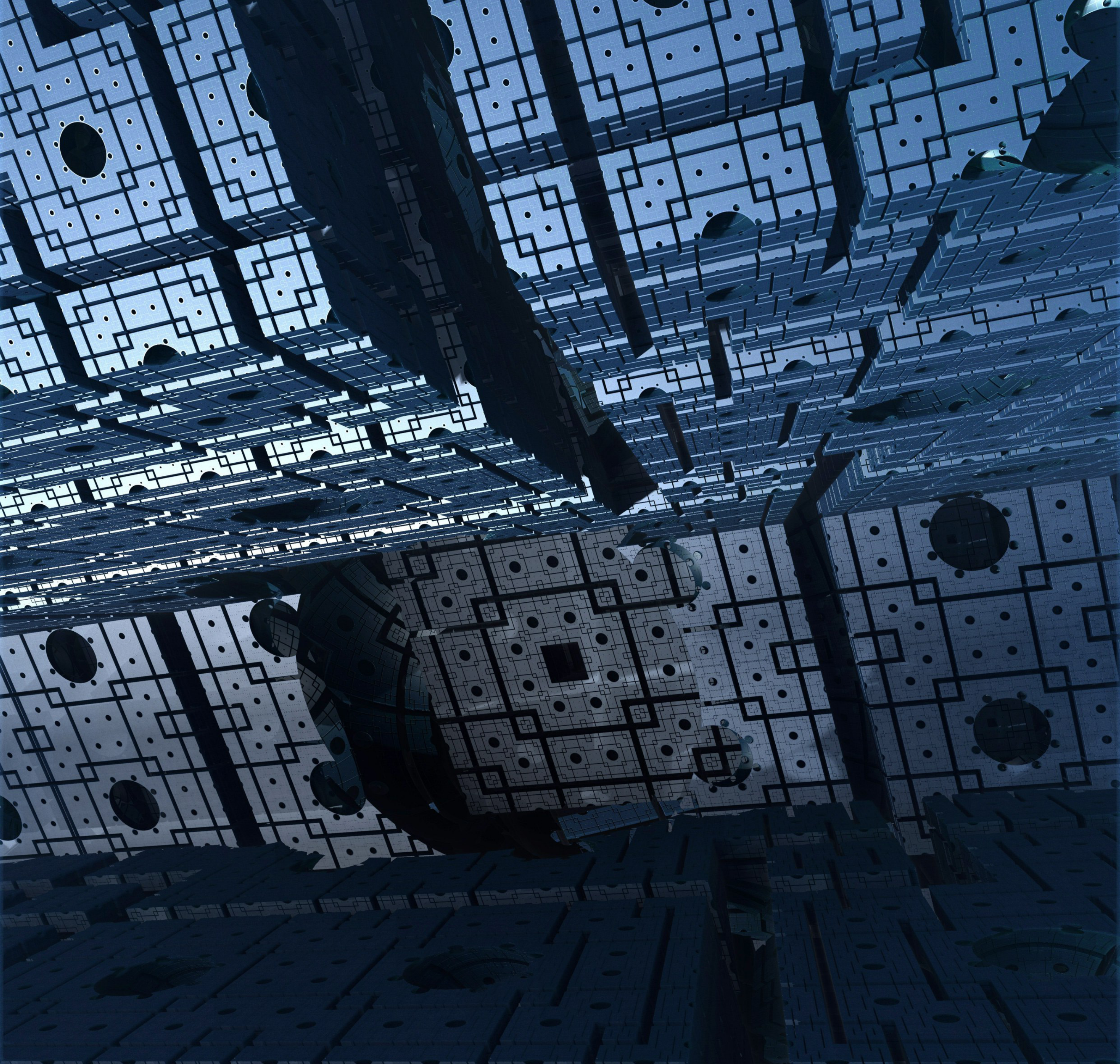
Osserviamo i risultati di un'elezione dei rappresentanti degli studenti in un ipotetico istituto scolastico del nostro paese. La tabella che segue riporta il nome dei candidati e i voti ottenuti.

Candidati	Candidati %	Voti	Voti cumulati	Voti cumulati %
Alessandro		344		
Rosa		633		
Chiara		890		
Giuseppe		1345		
Mario		2018		

Completa la tabella calcolando i valori cumulati e le relative percentuali. Rappresenta le percentuali cumulate su un piano cartesiano e calcola, infine, l'indice di Gini corrispondente.

Che significato ha qui il coefficiente di Gini? Dal punto di vista dell'elezione, come si può interpretare un indice alto? E uno, al contrario, basso? L'elezione ipotetica mostrata qui sopra, alla luce delle considerazioni appena fatte può dirsi rappresentativa dell'elettorato?





LSS G.B. Grassi

liceo scientifico statale G.B. Grassi di LAtina

www.liceograssilatina.org

CNR - IAC

Istituto per le Applicazioni del Calcolo Mauro Picone

www.iac.cnr.org

CNR - IFN Roma

Istituto di Fotonica e Nanotecnologie

www.roma.ifn.cnr.org

CNR - INSEAN

Istituto Nazionale Studi Esperienze e Architettura Navale

www.insean.cnr.org