

Onde gravitazionali: modelli teorici e dati osservativi

Note a cura di
Istituto per le Applicazioni del Calcolo *M. Picone* (IAC),
CNR, I-00185 Rome, Italy

I. INTRODUZIONE

La Fisica dell'800 è stata la Fisica del campo elettromagnetico (classico), culminata con la sintesi operata da J.C. Faraday. Con le sue celebri equazioni, infatti, si potevano spiegare tutti i fenomeni elettromagnetici allora conosciuti. Il 900 è iniziato con due grandi successi/scoperte: la Fisica Quantistica e quella Relativistica. La prima mirava a spiegare gli spettri dei vari atomi (spettro = radiazione emessa); la seconda, invece, postulava l'invarianza della velocità della luce nel vuoto rispetto alle modalità di emissione e di osservazione e ne ricavava delle conseguenze sorprendenti. Per garantire una proprietà di invarianza ad una velocità bisogna, infatti, rinunciare ai concetti classici di spazio (tridimensionale) e tempo. Spazio e tempo cessano entrambi di esistere come entità separate ed entra in gioco una nuova entità, *lo spaziotempo*, quadridimensionale, unificante tali nozioni.

I successi della Meccanica Quantistica nel ventesimo secolo sono innumerevoli e sono ad oggi riassunti da quello che si chiama convenzionalmente il *modello standard* delle interazioni elettrodeboli (spiegano in pratica il decadimento di certi nuclei radiattivi) e delle interazioni forti (che spiegano la fisica all'interno del nucleo): si è così riusciti a guardare prima dentro i nuclei dei vari atomi e poi addirittura dentro protoni e neutroni, svelando il loro contenuto in termini di particelle più elementari, dette quark. Alla Relatività Speciale (ampiamente verificata in laboratorio, nonostante gli apparenti paradossi), Einstein nel 1916 fece seguire *un suo capriccio teorico*, la Relatività Generale, che si proponeva come la teoria del campo gravitazionale (l'unica altra interazione fondamentale non inquadrata nel modello standard delle particelle). Purtroppo seppure la teoria fosse stata formulata già agli inizi del 900, in tutto il corso del secolo non si è mai riusciti a provarla definitivamente individuando le cosiddette *onde gravitazionali* (altre osservazioni a favore della Relatività Generale c'erano comunque già state: la deflessione dei raggi di luce da parte di oggetti massivi e l'avanzamento del perielio di Mercurio di 42 secondi di arco per secolo, correttamente previsto dalle equazioni di Einstein). Delle onde, infatti, si aveva solo una evidenza indiretta. La prima osservazione diretta derivante dalla collisione di due buchi neri è del 14 settembre 2015, alle 10:50:45 (ora italiana), ed è stata presentata alla comunità scientifica l'11 Febbraio 2016 dalla collaborazione LIGO/VIRGO.

II. ONDE GRAVITAZIONALI: COME POSSIAMO SPIEGARLE IN MODO SEMPLICE?

Secondo la Relatività Generale il campo gravitazionale generato da una certa distribuzione di materia si ottiene risolvendo un set complicato di equazioni (differenziali, accoppiate): le equazioni di Einstein. Immaginiamo due corpi in interazione gravitazionale, per esempio due corpi molto massivi. Presa questa situazione come sorgente del campo gravitazionale, ovvero come dato di input per le equazioni di Einstein, queste ci danno in output come possibili soluzioni delle oscillazioni dello spaziotempo, ovvero delle oscillazioni nella distanza spaziale e temporale tra i due corpi (che vengono descritte proprio in termini delle funzioni trigonometriche elementari; sin e cos per intenderci).

Un altro modo per parlare semplicemente di onde gravitazionali è quello di utilizzare l'analogia tra campo gravitazionale ed elettromagnetico. Quest'ultima è nota già a livello Newtoniano (classico), ad esempio controntando la legge di gravitazione universale con la legge di Coulomb e verificando la corrispondenza tra masse e cariche nelle due descrizioni.

Poiché è ben noto che cariche accelerate emettono radiazione (elettromagnetica), ci si aspetta che anche masse accelerate emettano radiazione (gravitazionale). Questo è esattamente ciò che accade.

III. COSA HA OSSERVATO LIGO IL 14 SETTEMBRE 2015

L'evento osservato dai due interferometri di LIGO (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory) il 14 Settembre 2015 riguarda l'interazione gravitazionale di due buchi neri molto massivi (rispettivamente 36 e 29 masse solari circa) che, a seguito di un processo di coalescenza, si fondono a dare un nuovo buco nero di 62 masse solari circa. La massa mancante al bilancio (circa 3 masse solari) è quella che è stata irradiata sotto forma di onde gravitazionali durante tutto il processo, ovvero il segnale osservato dagli interferometri di LIGO.

In breve la fenomenologia associata è la seguente. Quando due oggetti dotati di massa (in questo caso due buchi neri) vengono in interazione (gravitazionale) tra loro, la teoria prevede lo sviluppo di diverse fasi: c'è un *inspiralling* (quando i due corpi sono ancora lontani e orbitano spiraleggiando intorno al centro di massa), un *plunge* (un *tuffarsi* l'uno sull'altro) e quindi un *merger* (quando i due corpi sono vicinissimi e quindi sottoposti ad una azione gravitazionale molto intensa, il più grande sta per ingoiare il più piccolo, anche se come entità singole sono ormai poco distinguibili); infine c'è un *ring-down*, il momento in cui nasce un nuovo black hole, con massa un po' minore della somma delle masse dei due buchi neri interagenti, perché nel processo parte della massa-energia disponibile è stata irradiata sotto forma di onde gravitazionali. Di fatto si ha emissione di radiazione gravitazionale durante tutto il processo. La schematizzazione di questo in diverse fasi ne permette una trattazione teorica soddisfacente.

Per esempio, sappiamo che l'*inspiralling* si può descrivere con l'approssimazione PN (post-Newtoniana, correzioni ai valori Newtoniani con termini che coinvolgono potenze sempre più alte dell'inverso della velocità della luce, $1/c$) del problema; il *merger* invece coinvolge il campo forte e quindi può essere trattato per lo più numericamente (relatività numerica, NR); dopo il *ringdown* la perturbazione si spegne ovvero torna debole e si può addirittura usare la teoria delle perturbazioni standard (PT).

IV. COME POSSIAMO FARE UN MODELLO TEORICO PER SPIEGARE IL FENOMENO?

Dal 1999, T. Damour (IHES, Parigi), scienziato insignito tra gli altri riconoscimenti della prestigiosa Einstein Medal nel 1996, dell'Amaldi Prize nel 2010, etc. fino alla medaglia d'oro del CNRS francese nel 2018, in collaborazione con A. Buonanno, attuale Direttore al Max Planck Institute for Gravitational Physics Head of the division Astrophysical and Cosmological Relativity, ha introdotto un formalismo innovativo, detto effective-one-body (EOB), il cui vantaggio è quello di poter raccogliere facilmente informazioni provenienti da altre teorie/formalismi come appunto PN, NR, PT in modo sinergico, facendole confluire sostanzialmente in una teoria di tipo campo medio. Con l'EOB il moto dei due corpi è descritto da una Hamiltoniana effettiva (nozione equivalente all'energia totale del sistema) e si può seguire praticamente in tutte le diverse fasi.

Nell'Hamiltoniana EOB intervengono diversi *potenziali* gravitazionali che possono essere determinati mediante una opportuna espansione in serie di potenze di una variabile radiale adimensionalizzata. La sfida degli ultimi tre anni è stata quella di determinare analiticamente tali espansioni, mediante un uso nuovo e mirato della teoria delle perturbazioni in relatività generale.

V. L'ATTIVITÀ CHE VI VIENE PROPOSTA

Fate download del lavoro [1]: <https://arxiv.org/pdf/1101.3331.pdf> e considerate la tabella IV di pag. 28.

Avete delle colonne di dati:

1. p
2. e
3. $f_1(p, e) = M\Omega_{r0}(p, e) \times 100$
4. $f_2(p, e) = M\Omega_{\phi0}(p, e) \times 100$
5. $f_3(p, e) = \Delta\langle\hat{U}\rangle_\tau(p, e)$

Qui $p = 1/u$ è una coordinata *radiale* ed e è l'eccentricità per l'orbita di un corpo che sta spiraleggiando intorno ad un altro a causa della mutua interazione gravitazionale tra i due.

• Servendovi dei dati in tabella IV dovete fornire una funzione fit per una delle $f_i(p, e)$, quale funzione particolare è indicato nella consegna del vostro docente. Può essere più conveniente usare una coordinata ausiliaria $u = 1/p$ al posto di p : $p \in [3, +\infty)$ ma $u \in (0, \frac{1}{3}]$ (u varia in una regione limitata). In questo caso dovete fare voi stessi una ulteriore colonna per le u da aggiungere alla tabella.

Inoltre, potete pensare che l'eccentricità sia *piccola*, ovvero cercare le varie $f_3(p, e)$ nella forma

$$f_3(p, e) = f_3^0(u) + e \cdot f_3^1(u) + e^2 \cdot f_3^2(u) + \dots$$

• Dovete trovare delle funzioni fit *semplici* (ad esempio polinomiali) ma che corrispondano a dei fit *buoni*. Trovate voi stessi un indicatore per la bontà di un fit.

• Per ogni funzione fit ottenuta, servendovi di software di vostra conoscenza, dovete infine generare dei plot **e**

sovrapporre fit e dati. In tal modo avrete fornito informazioni semi-analitiche per uno o più dei potenziali gravitazionali dell'EOB model.

[1] L. Barack and N. Sago, *Beyond the geodesic approximation: conservative effects of the gravitational self-force in eccentric orbits around a Schwarzschild black hole* Phys. Rev. D 83, 084023 (2011) doi:10.1103/PhysRevD.83.084023 [arXiv:1101.3331 [gr-qc]].

[2] B. P. Abbott et al. [LIGO Scientific and Virgo Collaborations], *Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger* Phys. Rev. Lett. 116, no. 6, 061102 (2016) doi:10.1103/PhysRevLett.116.061102 [arXiv:1602.03837 [gr-qc]].